Enseñar matemáticas

Experiencias, propuestas y reflexiones para la educación parvularia, básica y especial

Juan Luis Piñeiro
Eder Pinto
Editores

Universidad de O'Higgins

Ariadna ediciones

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo
Ministerio de Ciencia, Tecnología, Conocimiento e Innovación
Gobierno de Chile

Enseñar matemáticas:
Experiencias, propuestas y reflexiones para la educación parvularia, básica y especial

Enseñar matemáticas:
Experiencias, propuestas y reflexiones para la educación parvularia, básica y especial

Juan Luis Piñeiro y Eder Pinto

ISBN: 978-956-430-024-5
Santiago de Chile
Primera edición, octubre 2026
Gestión editorial: Ariadna Ediciones
http://ariadnaediciones.cl/
https://isni.org/isni/0000000485172652
Doi: https://doi.org/10.26448/ae9789564300245.207

Obra bajo Licencia Creative Commons Atribución



Esta editorial postula o indexa su producción, de acuerdo al carácter de la materia de los libros, en Book Citation Index de WoS (sólo libros en inglés, ver https://n9.cl/bx7i3); en Dialnet libros; Open Access Publishing in European Networks, OAPEN; en el Muse Project (Universidad John Hopkins); en el Directory of Open Access Books, DOAB; en Open Textbook Library; en la Sala de lectura Hispana de la Biblioteca del Congreso de EEUU; en la Digital Library of Commons (Universidad de Indiana, EEUU). Además, agrega sus trabajos en los repositorios ZENODO (OpenAIRE, Europa Occidental), en Scilit; HAL (Archives ouvertes, Francia), Google Scholar; SSOAR; ProQuest Central; Knowledge Commons Works; PhilPapers; The Philosopher´s Index; WorldCat; Scipedia; Humanities Commons; Modern Language Association MLA; Open Library (Internet Archive); Open Research Library, la red social académica Academia.edu. Indexa, a la vez, toda producción en el repositorio ANID que cuente con folio Fondecyt. Todos nuestros textos disponen de los registros ISBN y DOI. El ISNI (International Standard Name Identifier o Identificador Estándar Internacional de Nombres) de esta Editorial es el
https://isni.org/isni/0000000485172652
Catálogo editorial en https://ariadnaediciones.cl/

Índice

Prólogo……..……7

Cuando algo cambia: cómo los niños representan ideas matemáticas……13
M. Lourdes Anglada; Eder Pinto

Las invenciones en matemáticas: una vía para construir convenciones con sentido……27
Mathías A. López; Bárbara M. Brizuela

Representaciones tabular y gráfica para favorecer el pensamiento funcional en educación primaria: una experiencia de aula……..…39
Anaís I. Jiménez-Fernández; María D. Torres; Elena Castro-Rodríguez

Uso y vinculación de representaciones en situaciones multiplicativas. El rol de las representaciones únicas y múltiples…51
Daniela Beatriz Vargas Rivera

No todo es despejar: otra forma de enseñar ecuaciones e inecuaciones……61
Cristina Ayala-Altamirano; Eder Pinto; María C. Pérez-Martos

Hacia una enseñanza de las matemáticas con perspectiva de género en la educación especial: orientaciones pedagógicas desde un enfoque interseccional……77
Natalia Valenzuela Flores

Diversificar la enseñanza en clases de matemáticas……...87
Juan Luis Piñeiro

Sobre las autorías……99

Prólogo

El texto que empieza a leer es, ante todo, el resultado de un encuentro. No el encuentro casual entre investigadoras e investigadores que comparten un interés disciplinar, sino uno deliberadamente construido: el de una red académica nacional e internacional articulada en torno a un propósito común, la formación inicial y continua de los profesores y profesoras que enseñan matemáticas en la educación parvularia, básica y especial. Ese propósito, que hoy toma la forma de un libro, comenzó como un proyecto: el proyecto "FOVI240238. Red académica internacional para el fortalecimiento de la formación inicial y continua de profesores que enseñan matemáticas", adjudicado en el Concurso de Fomento a la Vinculación Internacional para Instituciones de Investigación (FOVI), Convocatoria 2024, de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) de Chile.

La propuesta nació de una constatación que resulta a la vez sencilla y urgente. La Universidad de O'Higgins (UOH), institución beneficiaria de este proyecto a través de su Instituto de Ciencias de la Educación, es una universidad joven —fundada en 2015, con su primera matrícula recién en 2017— situada en una región que hasta entonces no contaba con una universidad estatal. Hoy forma a más de 2.000 estudiantes de pedagogía, la mayoría de ellos oriundos de la propia región del Libertador Bernardo O'Higgins, quienes al titularse permanecen mayoritariamente en sus escuelas y liceos. En ese contexto, donde la formación del profesorado no es un asunto abstracto sino una necesidad regional concreta, cobra sentido preguntarse cómo fortalecer, con la mejor evidencia disponible, la manera en que se forma a quienes enseñarán matemáticas a los niños y niñas más pequeños del país.

Para responder a esa pregunta, la UOH articuló una red que reúne a la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (UMCE), a través de su Departamento de Educación Diferencial, como institución nacional asociada, y a tres instituciones extranjeras de reconocida trayectoria en didáctica de la matemática: la Universidad de Granada y la Universidad de Málaga, en España, y Tufts University, en Estados Unidos. El equipo de investigación estuvo compuesto por el Dr. Eder Pinto Marín (UOH), como

investigador responsable, la Dra. Claudia Cornejo Morales (UOH), como directora alterna, y el Dr. Juan Luis Piñeiro Garrido (UMCE), como investigador nacional asociado, junto a las investigadoras extranjeras Dra. Bárbara M. Brizuela (Tufts University), Dra. Elena Castro-Rodríguez (Universidad de Granada) y la Dra. Cristina Ayala-Altamirano (Universidad de Málaga). No se trataba de vínculos nuevos: entre estos investigadores e investigadoras existían ya colaboraciones previas que este proyecto vino a consolidar y a transformar en una red formal, sostenida en el tiempo y abierta a nuevas incorporaciones.

El objetivo general del proyecto fue articular esta red académica nacional e internacional para el fortalecimiento de la investigación, la docencia y la formación de capital humano avanzado en torno a la formación inicial y continua de profesores que enseñan matemáticas en la educación parvularia, básica y especial. De ese propósito general se desprendieron cuatro objetivos específicos: (a) consolidar un grupo de desarrollo e investigación nacional sobre el conocimiento y desarrollo profesional docente; (b) potenciar la colaboración entre las instituciones de la red para el desarrollo de proyectos de investigación e innovación; (c) fortalecer los programas de pregrado y posgrado en educación matemática de las universidades beneficiaria y asociada; y (d) consolidar vínculos sistemáticos y duraderos con el sistema educativo regional.

Para el logro de estos objetivos, el proyecto desplegó dos modalidades de vinculación complementarias. La primera, de pasantías y estadías en el extranjero, permitió que investigadores e investigadoras del equipo chileno visitaran Tufts University y las universidades españolas asociadas para conocer de cerca su experiencia en investigación y docencia en formación inicial docente, y para explorar, junto a sus pares, posibilidades de financiamiento que den continuidad a la red más allá del proyecto. Esta misma modalidad contempló también un componente formativo dirigido especialmente a las nuevas generaciones: tres estudiantes de pregrado[1] y posgrado[2] realizaron estadías de una

[1] *Licie Aliaga Pino*, estudiante de la carrera de Pedagogía en Educación Básica de la UOH.

[2] *Daniela Vargas Rivera*, estudiante del Magíster en Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática de la UOH, y *Natalia Valenzuela Flores*, estudiante del Doctorado en Educación de la UMCE.

semana en alguna de las universidades extranjeras asociadas, donde recibieron retroalimentación directa de las investigadoras internacionales para sus proyectos de titulación y de tesis. Al regresar, estas estudiantes compartieron su experiencia con sus compañeros y compañeras de programa y con docentes del sistema escolar, multiplicando así el alcance de una oportunidad que, de otro modo, habría quedado circunscrita a quienes viajaron.

La segunda modalidad, de talleres y seminarios bilaterales y multilaterales, trajo la red de vuelta a Chile. Las doctoras Brizuela, Ayala-Altamirano y Castro-Rodríguez visitaron el país para liderar, junto a integrantes del equipo nacional, tres ciclos de seminarios dirigidos a docentes en ejercicio y en formación. Estas visitas no solo permitieron transferir conocimiento actualizado a la docencia de pre y posgrado en ambas universidades, sino que estrecharon los lazos institucionales entre la red chilena y sus contrapartes internacionales, sentando las bases para convenios de colaboración y para la formación conjunta de futuros tesistas.

El texto que el lector o la lectora tiene en sus manos es uno de los frutos más tangibles de ese trabajo conjunto. Reúne siete capítulos escritos por integrantes de la red (investigadoras e investigadores de la Universidad de O'Higgins, la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, la Universidad de Granada, la Universidad de Málaga y Tufts University) junto con estudiantes y profesionales vinculados a sus programas de formación. Lejos de ser una colección de textos yuxtapuestos, los capítulos comparten una preocupación de fondo: cómo enseñar y aprender matemáticas de un modo que reconozca la capacidad de pensar de todo el estudiantado, desde la educación parvularia hasta la educación básica, y en contextos de diversidad y de educación especial. A continuación, presentamos brevemente cada uno de ellos.

Los capítulos de este libro

El libro se organiza en dos grandes bloques. El primero reúne cinco capítulos centrados en el pensamiento matemático y sus representaciones, ordenados siguiendo una progresión desde la primera infancia hasta el álgebra escolar más formal. El segundo bloque agrupa dos capítulos que abordan la enseñanza de las

matemáticas desde la diversidad del estudiantado, cerrando el libro con una mirada transversal a la inclusión.

El primer capítulo, "Cuando algo cambia: cómo niños representan ideas matemáticas", de M. Lourdes Anglada y Eder Pinto, abre el libro en el punto más temprano, preguntándose cómo niños y niñas de educación infantil expresan ideas matemáticas antes incluso de escribir números o símbolos. A partir de experiencias con niños de 5 años enfrentados a situaciones de cambio, los autores muestran cómo el lenguaje oral, los gestos, los dibujos y la manipulación de objetos constituyen formas legítimas de pensamiento algebraico temprano, y ofrecen implicaciones concretas para una docencia que reconozca, escuche y ponga en diálogo estas producciones infantiles con formas de representación progresivamente más convencionales.

El segundo capítulo, "Las invenciones en matemáticas: una vía para construir convenciones con sentido", de Mathías A. López y Bárbara M. Brizuela, invita a mirar de otro modo las producciones no convencionales de niños y niñas en matemáticas: no como errores a corregir, sino como evidencia de un pensamiento coherente y como una oportunidad didáctica. A partir de cinco casos tomados de entrevistas clínicas (números *chiquitos y mayúsculos*, una *Z alta*, tablas y gráficos inventados), los autores muestran cómo las invenciones infantiles pueden ser el punto de partida desde el cual construir, con sentido, las convenciones matemáticas socialmente establecidas.

El tercer capítulo, "Representaciones tabular y gráfica para favorecer el pensamiento funcional en educación primaria: una experiencia de aula", de Anaís I. Jiménez-Fernández, M. D. Torres y Elena Castro-Rodríguez, describe una intervención con estudiantes de segundo año de primaria (7-8 años) en la que un relato (el viaje de un barco) y una representación gráfica (un panel) se convierten en el soporte para que niños y niñas comiencen a generalizar relaciones entre cantidades covariables. El capítulo documenta cómo el alumnado transita desde expresiones informales, como *el barco va un kilómetro adelantado*, hacia formas incipientes de pensamiento funcional, y propone la tarea como un recurso adaptable a distintos niveles de complejidad.

El cuarto capítulo, "Uso y vinculación de representaciones en situaciones multiplicativas: el rol de las representaciones únicas y

múltiples", de Daniela Beatriz Vargas Rivera, presenta una investigación de diseño desarrollada con estudiantes de educación básica en torno a situaciones multiplicativas. A través de una secuencia de sesiones que combina materiales manipulativos con otros registros representacionales, la autora muestra una progresión desde el uso de representaciones múltiples no conectadas hacia representaciones articuladas entre sí, y concluye que lo determinante no es la cantidad de formatos empleados, sino la capacidad del estudiantado para coordinarlos y construir significado matemático compartido.

El quinto capítulo, "No todo es despejar: otra forma de enseñar ecuaciones e inecuaciones", de Cristina Ayala-Altamirano, Eder Pinto y María C. Pérez-Martos, cuestiona la enseñanza tradicional del álgebra escolar centrada en el *traslado de términos* y propone, en su lugar, problemas con apoyo visual (historias matemáticas) que permiten a los estudiantes ver las relaciones de igualdad y desigualdad, comparar expresiones y justificar por qué distintas formas pueden representar una misma situación. A través de ejemplos de respuestas de estudiantes, se muestra cómo este tipo de tareas favorece el desarrollo del sentido estructural y ofrecen a la formación docente una secuencia que va de lo visual y cercano hacia el lenguaje algebraico formal.

El sexto capítulo, "Hacia una enseñanza de las matemáticas con perspectiva de género en la educación especial: orientaciones pedagógicas desde un enfoque interseccional", de Natalia Valenzuela Flores, aborda una dimensión con frecuencia ausente en la formación de profesores de matemáticas: el modo en que el género, articulado con otras dimensiones como la discapacidad, configura las oportunidades de participación y reconocimiento del estudiantado en el aula. El capítulo ofrece un conjunto de orientaciones pedagógicas concretas (desde visibilizar dinámicas de género en la interacción hasta diseñar tareas abiertas e inclusivas) dirigidas a avanzar hacia una educación matemática más justa en contextos de educación especial.

El séptimo y último capítulo, "Diversificar la enseñanza en clases de matemáticas", de Juan Luis Piñeiro, examina qué significa diversificar la enseñanza de las matemáticas cuando se hace desde una perspectiva de la humanización de las matemáticas, es decir, respetando la capacidad inherente de pensar matemáticamente de

todo el estudiantado, incluido aquel con necesidades educativas especiales. A través de un ejemplo de tarea que ofrece múltiples puntos de entrada sin renunciar a su complejidad matemática, el autor sostiene que diversificar no es simplificar el contenido, sino ampliar las formas de acceso y participación, evitando que la atención a la diversidad se convierta en una exclusión disfrazada.

Leídos en conjunto, estos siete capítulos trazan un recorrido que va desde el pensamiento algebraico temprano hasta las situaciones multiplicativas, pasando por la diversificación, el género y la interseccionalidad en educación especial. Es, en ese sentido, un reflejo fiel de lo que esta red se propuso desde un inicio: que la investigación producida entre Chile, España y Estados Unidos no quedara confinada a los circuitos académicos, sino que llegara, en un lenguaje claro y con propuestas concretas, a quienes forman y a quienes serán profesores y profesoras de matemáticas en la educación parvularia, básica y especial.

Agradecemos profundamente a cada una de las autoras y autores que hicieron posible este libro, a las instituciones que sostuvieron esta red (la Universidad de O'Higgins, la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, la Universidad de Granada, la Universidad de Málaga y Tufts University) y a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile, que a través del proyecto FOVI240238 hizo posible que estas colaboraciones, antes dispersas, se convirtieran en una red. Asimismo, agradecemos los centros educativos que participaron de las actividades planificadas. Especialmente, a la Escuela Luis Oyarzún Peña, de la comuna de Santa Cruz, por abrirnos las puertas a muchas de las iniciativas que aquí desarrollamos. Agradecemos al Ministerio de Educación, pues esta cuidada edición fue financiada por el Proyecto URO23992 "Fortalecimiento de las trayectorias formativas de docentes en la Región de O'Higgins: innovaciones para la justicia educativa". Esperamos que este sea el primero de muchos frutos compartidos.

Juan Luis Piñeiro Garrido
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación
Eder Pinto Marín
Universidad de O'Higgins
Editores

Cuando algo cambia: cómo los niños[3] representan ideas matemáticas

M. Lourdes Anglada; Eder Pinto

Palabras Clave: cambio; educación infantil; funciones; pensamiento algebraico; representaciones.

> ¿Llegan los niños a la escuela con unos conocimientos matemáticos significativos? (…) ¿Por qué es importante que los niños dominen la matemática formal y cuál es la mejor manera de abordar la instrucción inicial? (Baroody, 2005)

Estas preguntas no son solo un punto de partida, sino también una invitación a reconocer y valorar lo que los niños ya saben cuando llegan a sus primeras experiencias matemáticas en el jardín infantil. Con frecuencia se piensa que el pensamiento matemático comienza en la educación primaria, cuando aparecen los números escritos, los algoritmos o los símbolos. Sin embargo, quienes trabajan con la primera infancia saben que esto no es así. Desde muy pequeños, los niños construyen ideas matemáticas a partir de experiencias cotidianas: juegan, comparan, anticipan, repiten, transforman y buscan regularidades en lo que ocurre a su alrededor.

Ahora bien, si aceptamos que los niños piensan matemáticamente desde temprano, surge una segunda pregunta clave: ¿cómo se expresan esas ideas? Muchas veces, representar ideas matemáticas se asocia únicamente al uso de lápiz y papel. No obstante, los niños expresan ideas matemáticas mucho antes de escribir números o fórmulas (incluso mucho antes de comenzar con sus procesos de lectoescritura). Lo hacen a través del lenguaje oral, de sus gestos, de sus dibujos, de sus acciones con objetos y de las explicaciones que construyen en interacción con otros. Estas formas de representación, aunque no siempre son convencionales, son

[3] En este escrito usamos de manera inclusiva la expresión "los niños" y "los profesores" para referirnos a hombres y mujeres.

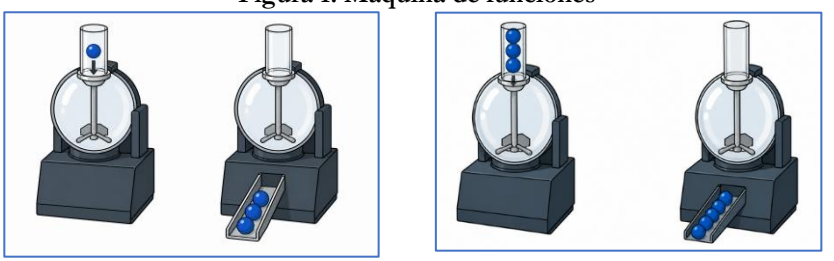
profundamente significativas y constituyen una puerta de entrada para el desarrollo del pensamiento matemático.

Resulta relevante, por tanto, considerar que el acceso a formas más convencionales de representación no ocurre de manera automática. Tal como plantea Martí (2003), las experiencias informales, aunque fundamentales, no garantizan por sí solas una comprensión profunda de los sistemas de representación. Es necesario un trabajo intencionado que permita articular esas formas iniciales con prácticas más sistemáticas. Enseñar no implica reemplazar lo que los niños hacen, sino reconocer sus producciones, ampliarlas y ponerlas en diálogo con nuevos modos de representar.

Incorporar nuevas formas de representar ideas matemáticas, en diálogo con aquellas que los niños traen de sus experiencias previas, cobra especial sentido cuando trabajamos con situaciones en las que algo cambia. El cambio constituye un elemento central en el desarrollo del pensamiento algebraico, ya que permite identificar regularidades y patrones. En este capítulo utilizamos esta idea como una primera aproximación para describir lo que ocurre en estos contextos. Por ejemplo, cuando un niño observa que una colección "aumenta" porque se le agregan elementos, o que una torre "crece" al sumar bloques, está dando cuenta de un cambio.

En algunas situaciones, además, este cambio no ocurre de forma arbitraria, sino que sigue una regularidad. Un ejemplo de ello es la máquina de funciones que presentamos a niños de 5 años, en la cual entra un número de bolas y sale otro número (Figura 1).

Figura 1. Máquina de funciones



Al interactuar con esta máquina, los niños suelen centrarse inicialmente en casos particulares, es decir, en cuántas bolas entran y cuántas salen (por ejemplo, entra 1 y salen 3; entran 2 y salen 4; entran 3 y salen 5). Progresivamente, pueden avanzar hacia el reconocimiento de regularidades, al identificar que no solo hay un

cambio, sino que este se mantiene de manera constante. Así, algunos niños llegan a formular afirmaciones como "siempre salen más bolas de las que entran" o "salen dos bolas más que las que entran".

Este tipo de ideas matemáticas ("salen dos bolas más que las que entran", por ejemplo) da cuenta de una forma de pensar que trasciende los casos particulares y se orienta a reconocer relaciones que se mantienen, lo que constituye un aspecto central del pensamiento algebraico. A lo largo del capítulo utilizaremos situaciones de cambio para mostrar cómo los niños y niñas representan estas ideas y cómo dichas representaciones pueden convertirse en un punto de partida para avanzar hacia formas más convencionales.

Perspectivas conceptuales

Pensar algebraicamente va más allá de usar letras: se trata de una práctica intelectual que requiere pensar en estructuras y relaciones matemáticas *en general* (Blanton et al., 2018). En este capítulo nos proponemos profundizar en cómo se desarrolla el pensamiento algebraico en la primera infancia, poniendo especial atención en las formas en que niños evidencian pensamiento algebraico al trabajar con tareas que involucran funciones, como una vía para aproximarnos al estudio del cambio.

Funciones como un contexto para desarrollar pensamiento algebraico

¿Funciones en la primera infancia? Sí, pero no en el sentido tradicional que muchos recordamos de la escuela. En estas edades, el trabajo con funciones busca acercar a los niños a la idea de cambio, en el sentido de dos conjuntos de valores en los que al variar una cantidad en uno de ellos varía una cantidad en el otro, siguiendo un patrón o regularidad. Es decir, a reconocer cómo una cantidad depende de otra. Por ejemplo, la máquina de funciones anterior permite introducir esta idea de forma intuitiva: un cambio en la cantidad de entrada implica un cambio en la cantidad de salida. Este cambio puede describirse como una regla del tipo $y = x + 2$.

El trabajo con funciones suele presentarse a través de problemas o historias matemáticas y puede desarrollarse mediante diversas formas de representación, como el lenguaje oral, símbolos,

tablas o dibujos. Por ejemplo, en la Figura 2 presentamos dos situaciones que hemos usado con niños de 4 a 6 años al trabajar con funciones.

Figura 2. Problemas de funciones trabajadas con niños de 4-6 años

Tenemos una máquina en la que entran objetos y salen transformados. Por ejemplo: - Si entra un sol pequeño, sale un sol grande. - Si entra una estrella grande, sale una estrella pequeña. - **¿Qué crees que es lo que ocurrirá cuando entre otro objeto? ¿cómo lo sabes?**	Hoy vamos a pensar en perros y en la cantidad total de ojos que tienen. - ¿Cuántos ojos tiene un perro? - ¿Y cuántos ojos tienen 2 perros? ¿y 3? ¿y 5? ¿y 100? - **¿Y si tuviéramos *muchos* perros, podríamos saber cuántos ojos hay en total? ¿cómo lo sabes?**

Ambas situaciones permiten abordar la idea de función a partir de contextos cercanos para los niños, pero lo hacen poniendo el foco en distintos tipos de cambio. En el primer caso, la máquina transforma una de las cualidades de los objetos (en este caso, el tamaño), lo que permite identificar una regla que se mantiene, aunque no intervengan cantidades (cualquier objeto que entra cambia su tamaño, de pequeño a grande, o viceversa). En el segundo caso, el cambio es cuantitativo y permite reconocer cómo una cantidad depende de otra, estableciendo relaciones generalizables entre ellas (el número de ojos es el doble del número de perros). De este modo, tanto el cambio cualitativo como el cuantitativo pueden entenderse como formas de aproximarse al trabajo con funciones, en la medida en que en ambos casos es posible identificar regularidades, anticipar resultados y expresar relaciones *en general* (¿Qué crees que es lo que ocurrirá cuando entre otro objeto? ¿cómo lo sabes?, ¿Y si tuviéramos muchos perros, podríamos saber cuántos ojos hay en total? ¿cómo lo sabes?).

Representar ideas matemáticas

Representar estructuras y relaciones matemáticas *generales* es una práctica esencial del pensar algebraicamente (Blanton et al., 2018). En el ámbito del álgebra escolar, hablar de representación implica reconocer que los niños pueden expresar sus ideas matemáticas *generales* de diversas maneras, más allá del uso de símbolos formales. Estas ideas se manifiestan a través del lenguaje natural (principalmente oral en educación infantil), la manipulación de materiales, así como mediante dibujos, números y tablas (Carraher et al., 2008; Radford, 2018). En las primeras edades, además, los gestos cumplen un papel relevante en la construcción y comunicación del pensamiento matemático (Radford, 2003; Seccia & Goldin-Meadow, 2024).

El lenguaje natural, entendido como el lenguaje cotidiano, funciona como un soporte clave para avanzar hacia representaciones más formales (Molina, 2014; Radford, 2003, 2010). A su vez, las representaciones pictóricas y manipulativas facilitan la comprensión al permitir visualizar y explorar las ideas, mientras que las tablas contribuyen a organizar y analizar relaciones entre cantidades (Blanton, 2008). En un nivel más formal, la representación simbólica utiliza signos regidos por convenciones, incluyendo tanto expresiones numéricas como algebraicas (Rico, 2009).

El desarrollo del pensamiento algebraico requiere que los niños interactúen con múltiples formas de representación y establezcan conexiones entre ellas. Transitar entre representaciones favorece la comprensión, la reflexión y la flexibilidad en el pensamiento (NCTM, 2000; Brizuela y Earnest, 2008). Asimismo, el uso simultáneo de distintas representaciones, o representaciones múltiples, permite integrar diversas formas de expresión para dar sentido a una situación matemática (Cañadas y Figueiras, 2011).

Niños de 5 años representan el cambio

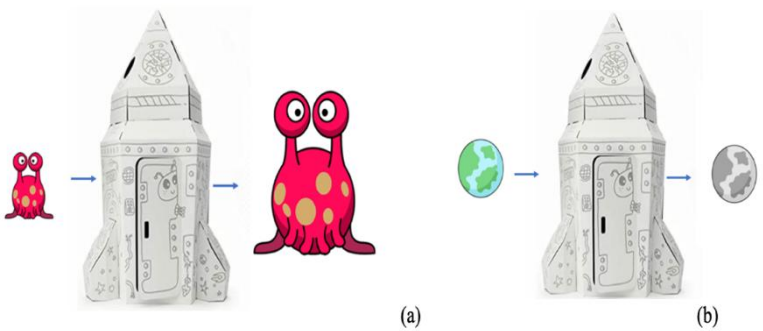
En esta sección presentamos dos experiencias con niños de 5 años orientadas al desarrollo del pensamiento algebraico a partir de situaciones de cambio. El problema del astronauta aborda un cambio cualitativo, mientras que el problema de la gallina se centra

en un cambio cuantitativo. Ambas propuestas buscan que los niños identifiquen regularidades y expresen sus ideas matemáticas mediante distintas formas de representación.

El problema del astronauta (cambio cualitativo)

La actividad se desarrolla a partir de una historia matemática en la que una niña sueña con ser astronauta. En este contexto, se presenta a los niños un "cohete" que funciona como una máquina misteriosa: al introducir una figura relacionada con el espacio (sol, luna, estrella), la máquina emite un sonido y devuelve otra figura transformada. En una primera experiencia con los niños, el cambio se centra en el tamaño (las figuras entran pequeñas y salen grandes, ver Figura 3a), mientras que en una segunda sesión el cambio se relaciona con el color (entran con color y salen en tonos de gris, ver Figura 3b).

Figura 3. Máquina de funciones con cambio cualitativo



Los niños participan activamente introduciendo sus figuras y anticipando qué ocurrirá, en un ambiente de diálogo colectivo. Inicialmente, expresan sus ideas de manera espontánea y, progresivamente, se les invita a predecir y explicar los cambios observados. La actividad permite que los niños identifiquen transformaciones en las características de los objetos, aunque presentan dificultades para explicitar la regla general que rige el funcionamiento de la máquina. Finalmente, se promueve la

verbalización de lo ocurrido en una instancia de conversación grupal.

En la primera experiencia (cambio de tamaño del objeto que sale con respecto al que entra), los tres primeros niños, al recoger sus figuras de la máquina decían: — Grande, es grande. Preguntamos entonces qué es lo que hacía el cohete, pero no respondían. Los niños siguieron metiendo sus figuras, al preguntarles antes de meterlas si sabían lo que iba a pasar, algunos niños decían: — Grande, — Que se ponen grandes.

En la asamblea, ya sin usar el material, al preguntar qué hacía la máquina empezaron a responder igual que cuando trabajaban con él: — Grande, — Que se ponen grandes. Los gestos y la manipulación de materiales se sumaban a las conversaciones. Si bien muchos niños pudieron identificar que la máquina cambiaba el tamaño de las figuras, experimentaron dificultades para describir específicamente lo que estaba sucediendo y sus descripciones carecían de precisión.

La siguiente transcripción es un ejemplo de las respuestas de los niños.

Investigadora:	¿Qué es lo que hace el cohete?
Todos:	Hace ruido
Investigadora:	¿Y por qué hace ruido?
Álvaro[4]:	Porque está trabajando
Investigadora:	¿En qué trabaja la máquina?
Álvaro:	En poner las cosas grandes

Cuando el foco lo poníamos en la entrada, es decir, cuando preguntamos a los niños una vez que su figura salía de la máquina, cómo era la que entró, muy pocos respondían. En la asamblea uno de los niños se levantó y acompañándose del movimiento de sus manos dijo que su luna entró pequeña y se volvió grande (ver Figura 4).

[4] Los nombres utilizados para los niños son ficticios

Figura 4. Interacción entre profesora y niños





En la segunda experiencia también trabajamos con el cambio cualitativo, pero el cambio estaba centrado en el color (ver Figura 3b). Al principio, con los primeros casos particulares, los niños seguían con la idea de que el cohete cambiaba el tamaño. Pronto, la mayoría se dieron cuenta de que el cambio consistía ahora en cambiar de color a grises, aunque dos niños siguieron todo el tiempo refiriéndose al cambio de tamaño. Cuando le preguntábamos por un caso específico respondían correctamente, podemos ver un ejemplo en el siguiente diálogo.

Investigadora:	¿Cuál es tu figura?
Ana:	Un sol
Investigadora:	¿Y cómo es este sol?
Todos:	Grande... bonito... amarillo...
Investigadora:	[mientras el sol está dentro de la máquina] ¿Qué va a salir ahora?
Todos:	Blanco, gris, grande...
Ana:	Va a salir gris

En cambio, tenían dificultad para responder cuando les preguntábamos qué hacía la máquina. Buscábamos que dieran una regla, que generalizaran. Solo un niño, de forma bastante imprecisa, da una respuesta. Podemos verla en el siguiente diálogo.

Investigadora:	¿Qué es lo que hace el cohete?
Todos:	Ruido
Investigadora:	Sí, es verdad. Pero, ¿por qué hace ese ruido?, ¿en qué trabaja el cohete?
Todos:	[silencio]
Investigadora:	¿Qué pasaba con las figuras que entraban en el cohete?
María:	Que el cohete lo ha *ponido* gris.

El problema de la gallina (cambio cuantitativo)

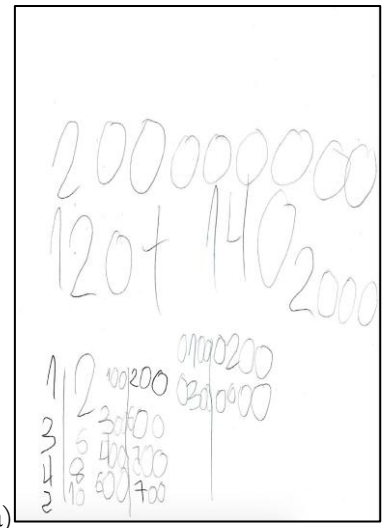
La actividad se desarrolla a partir de una historia en la que una gallina llamada Lina, descrita como "presumida y tramposa", quiere aparentar que pone más huevos de los que realmente pone. Para lograrlo, decide colocar los huevos frente a un espejo, generando así la ilusión de una mayor cantidad. A partir de esta situación, la investigadora introduce progresivamente distintos casos, comenzando con un huevo y luego con otras cantidades, invitando a los niños a anticipar cuántos huevos se verán en total al utilizar el espejo. Estas predicciones se contrastan posteriormente mediante el uso de material concreto, lo que permite a los niños verificar sus ideas.

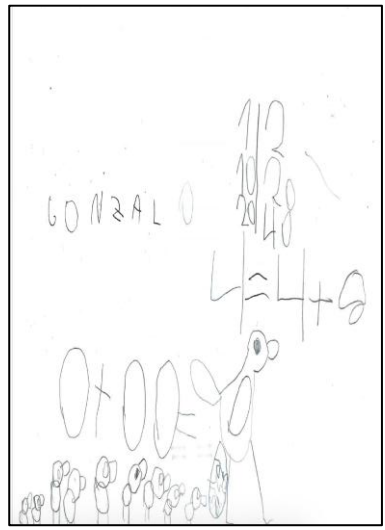
La actividad se desarrolla en un formato de diálogo continuo, donde se promueve la participación, la argumentación y la validación colectiva de las respuestas. Posteriormente, las relaciones entre la cantidad de huevos que pone la gallina y la cantidad total que se observa se registran en la pizarra mediante una tabla, construida con la participación de los niños (ver Figura 5). Cada par de valores es discutido y justificado, favoreciendo la identificación de regularidades.

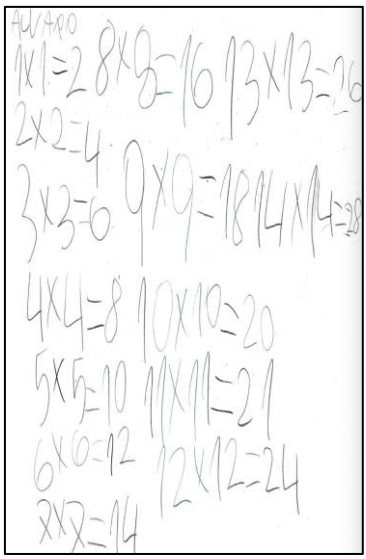
Figura 5. Tabla construida con los niños

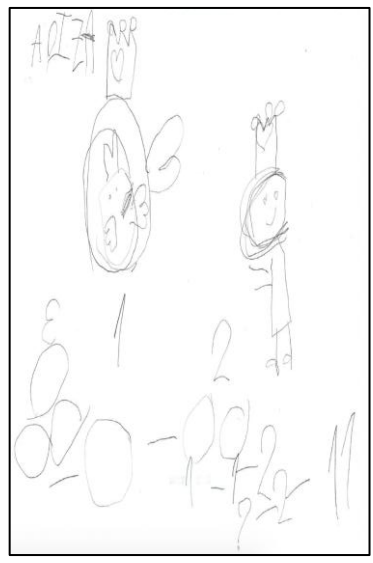


Finalmente, los niños representan lo ocurrido durante la sesión a través de la instrucción: "Explica en esta hoja lo que hemos hecho hoy". Este trabajo favoreció la autonomía de los niños y permitió recoger distintas formas de expresar su comprensión de la situación, tal como lo presentamos en la Figura 6.

a) 

b) 

c) 

d) 

Implicaciones para la docencia

Las experiencias presentadas en este capítulo invitan a reconsiderar una pregunta central: ¿cómo abordar la enseñanza inicial de las matemáticas si aceptamos que los niños y niñas ya piensan matemáticamente antes de ingresar a la escuela? En este sentido, las implicaciones para la docencia no pasan por introducir tempranamente formalismos, sino por reconocer, valorar y ampliar las formas en que los niños expresan sus ideas.

En primer lugar, resulta clave asumir que el pensamiento algebraico puede desarrollarse desde la primera infancia si se generan contextos y tareas adecuados. Las situaciones de cambio, tanto cualitativas como cuantitativas, ofrecen oportunidades privilegiadas para ello. Tal como se observa en las experiencias descritas, los niños identifican regularidades y anticipar resultados. Esto implica que la enseñanza debe centrarse menos en la respuesta correcta y más en las formas de pensar que subyacen a las producciones infantiles.

En segundo lugar, las respuestas de los niños deben ocupar un lugar central en la actividad matemática del aula. Expresiones como "se ponen grandes" o "salen dos más" no son respuestas incompletas, sino evidencias de procesos de generalización en desarrollo. Escuchar, interpretar y dar valor a estas producciones permite al docente acceder al pensamiento de los niños y tomar decisiones didácticas más pertinentes. En este sentido, el aula se configura como un espacio de construcción colectiva de significado, donde las ideas se discuten, se contrastan y se refinan progresivamente.

Una tercera implicación relevante es la necesidad de trabajar intencionadamente con múltiples formas de representación. Tal como se ha mostrado, los niños utilizan el lenguaje oral, los gestos, los dibujos y la manipulación de objetos para expresar sus ideas. Estas representaciones no deben ser vistas como etapas previas que hay que superar, sino como recursos fundamentales para el aprendizaje. La tarea docente consiste en promover el tránsito entre estas formas de representación y, progresivamente, introducir otras más convencionales, como tablas o expresiones simbólicas. Este tránsito no es automático: requiere mediación, preguntas oportunas y oportunidades para que los niños expliquen lo que hacen.

En esta línea, cobra especial importancia la capacidad de establecer relaciones entre distintas representaciones. No se trata solo de usar dibujos, tablas o palabras, sino de ayudar a los niños a conectar estas formas entre sí. Por ejemplo, relacionar lo que ocurre en una máquina de funciones con lo que se registra en una tabla, o con lo que se expresa oralmente. Esta traducción entre representaciones favorece una comprensión más profunda de las ideas matemáticas y promueve un pensamiento más flexible.

Asimismo, las experiencias muestran la importancia de diseñar tareas abiertas, que permitan a los niños explorar, anticipar y justificar. Preguntas como "¿qué crees que ocurrirá?" o "¿ocurrirá siempre lo mismo?" invitan a los niños a ir más allá de los casos particulares y a pensar en términos de regularidad. Este tipo de preguntas es clave para fomentar procesos de generalización, que constituyen el núcleo del pensamiento algebraico.

Por último, estas implicaciones invitan a revisar ciertas prácticas tradicionales de enseñanza. Con frecuencia, la escuela tiende a privilegiar formas de representación formales y estandarizadas, dejando en segundo plano las producciones espontáneas de los niños. Sin embargo, tal como se ha evidenciado, estas producciones constituyen un punto de partida esencial. Incorporarlas en la enseñanza no solo favorece la comprensión, sino que también permite construir puentes entre las experiencias informales de los niños y el conocimiento matemático escolar.

Agradecimientos: Este trabajo se enmarca en el FOVI240238 financiado por ANID.

Referencias

Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the elementary classroom. Transforming thinking, transforming practice*. Heinemann.

Blanton, M. L., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L. y Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to-12-year-olds, ICME-13 Monographs* (pp. 27-49). Springer.

https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2

Brizuela, B. M. y Earnest, D. (2008). Multiple notational systems and algebraic understanding: The case of the "best deal" problem. En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 273-302). LEA.

Cañadas, M. C. y Figueiras, L. (2011). Uso de representaciones y generalización de la regla del producto. *Infancia y Aprendizaje, 34*(4), 409-425. https://doi.org/10.1174/021037011797898449

Carraher, D. W., Martinez, M. V. y Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM - International Journal on Mathematics Education, 40*(1), 3-22.
https://doi.org/10.1007/s11858-007-0067-7

Martí, E. (2003). *Representar el mundo externamente*. Visor.

Molina, M. (2014). Traducción del simbolismo algebraico al lenguaje verbal: indagando en la comprensión de estudiantes de diferentes niveles educativos. *La Gaceta de la RSME, 17*(3), 559-579.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and starndars for school mathematics*.

Pinto, E. (2021). La construcción y justificación de ideas matemáticas generales por un niño de 5 años: el rol de las representaciones manipulativas. *Revista Sergipana De Matemática E Educação Matemática, 6*(2), 144-164.
https://doi.org/https://doi.org/10.34179/revisem.v6i2.16011

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning, 5*(1), 37-70.
https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0501_02

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA, 4*(2), 37-62.
https://doi.org/10.1007/s00435-013-0211-6

Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in primary School. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5 - 12 year- olds. ICME 13 Monographs* (pp. 3-25). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_1

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representacion y comprension en educacion matemática. 4(1), 1-14.
https://doi.org/10.30827/pna.v4i1.6172

Seccia, A. y Goldin-Meadow, S. (2024). Gestures can help children learn mathematics: How researchers can work with

teachers to make gesture studies applicable to classrooms. *Philosophical Transactions of the Royal Society B, 379*(1911), 20230156. https://doi.org/https://doi.org/10.1098/rstb.2023.0156

Las invenciones en matemáticas: una vía para construir convenciones con sentido

Mathías A. López; Bárbara M. Brizuela

Palabras clave: representaciones; educación parvularia y básica; invenciones y convenciones

Introducción

En las clases de matemáticas, las niñas y niños inventan. Inventan maneras de nombrar, de escribir, de organizar datos, de señalar lo que importa en una situación y de comunicar una idea. A veces esas producciones se parecen mucho a las convencionales. Con frecuencia, tratamos las invenciones infantiles como si fueran errores. Sin embargo, cuando miramos de cerca su trabajo, vemos que esas invenciones suelen ser coherentes con lo que están intentando hacer —nombrar una relación, sostener una correspondencia o hacer legible una representación— y tienen sentido.

La idea de que las invenciones infantiles son producciones con sentido tiene antecedentes en la investigación en psicología cognitiva y del desarrollo incluso más allá de las matemáticas. Los trabajos bien conocidos en psicología genética en lectoescritura de Emilia Ferreiro (e.g., Ferreiro, 1978; Ferreiro y Teberosky, 1979) nos mostraron desde la década del 1970 las ideas novedosas y no convencionales que tienen las niñas y niños sobre las palabras, los nombres, y la escritura en general. Brizuela (1997), a partir de entrevistas clínicas con una niña de 5 años, mostró que las invenciones y las convenciones no son aspectos opuestos del conocimiento sino complementarios: las convenciones ofrecen un soporte para el desarrollo del pensamiento, pero son las invenciones las que permiten al alumno construir nuevos conocimientos. En esa misma línea, Smith et al. (1993) argumentaron que las ideas iniciales de los estudiantes no son concepciones erróneas que deben ser

reemplazadas, sino recursos productivos que se refinan con el tiempo.

En este capítulo proponemos entender las invenciones infantiles como evidencia del pensamiento de las niñas y niños y como una oportunidad didáctica. Presentamos cinco casos breves, tomados de entrevistas clínicas individuales realizadas en distintas investigaciones sobre pensamiento matemático. Primero retomaremos el episodio de Ana (Brizuela, 1997), una niña de 5 años que inventa la idea de números mayúsculos para distinguir 3 de 30. Luego presentaremos los casos de Zyla (6 años, Brizuela et al., 2015), que inventa la escritura uno *Z* alto para expresar una relación general; Max (5 años, Brizuela et al., 2021), que inventa rótulos gráficos para organizar una tabla; Sandra (5 años), que traza líneas desde los ejes para leer un gráfico; y Azul (6 años), que dibuja personas sobre los puntos en un gráfico de coordenadas para anclar el significado de cada par de valores. Al final, discutimos qué convenciones pueden construirse a partir de estas invenciones y, utilizando un ejemplo, cómo una docente podría facilitar ese tránsito.

Números chiquitos y números mayúsculos

Ana es una niña de 5 años, estudiante de Kindergarten, que participó en una entrevista individual sobre cómo leía y escribía números de dos cifras. En esa entrevista, Ana escribió 34 y explicó su estrategia con una invención clara: el 3 que había escrito en el lugar de las decenas era lo que ella misma llamó un número mayúsculo del tres, es decir, treinta. Por eso leyó el número como treinta y cuatro. La entrevistadora le pidió que explicara y que le enseñara cómo leería el número 31. Para contestar esa pregunta, Ana usó una analogía con la escritura: así como una letra puede escribirse de dos maneras, un número también puede tener dos formas a las que Ana llamó "chiquito" y "mayúsculo":

Entrevistadora (E): ¿Por qué los llamás mayúsculos?
Ana (A): Letras mayúsculas y números mayúsculos.
E: ¿Qué son los números mayúsculos?
A: Si escribo un número chiquito, chiquito (ver Figura 1, a), puede ser un número mayúsculo o un número chiquito. Mayúsculo es otra

manera. Esto es una manera de escribir una e (ver Figura 1, b), ¿no?
E: Sí.
A: Y esta es otra manera de escribir una e (ver Figura 1, c). Esa es mayúscula.
E: Entonces, ¿cuál es el mayúsculo en estos números (señala Figura 1, a)?
A: Treinta y tres (en lugar de treinta y uno). Entonces treinta es un número mayúsculo del tres. Y esa es la otra manera de escribir el tres (señala el tres en el lugar de las decenas en la Figura 1, a)

Figura 1 Producción de Ana durante la entrevista (Brizuela, 1997, pp. 3-4).



En este episodio, Ana inventó la idea de números mayúsculos y la usó para explicar y justificar cómo se leen los números de dos cifras. Proponemos que su idea de números mayúsculos la ayudó a organizar una relación entre forma escrita, el significado de la posición de las cifras, y nombre del número: de cierta manera estaba indicando que más allá que la forma escrita fuera la misma para la cifra 3 y el número 30, que ella sabía que eran distintas, apoyándose en las diferencias que ella ya conocía entre letras mayúsculas y minúsculas—son iguales pero no del todo. Gracias a su propia invención, Ana pudo revisar algunos ejemplos, distinguir 3 y 30, y construir una explicación que hizo visible por qué 31 no se lee igual que 13, aunque aparezcan los mismos dígitos. Su invención también le permitió leer de manera convencional números que antes no le había sido posible leer e interpretar.

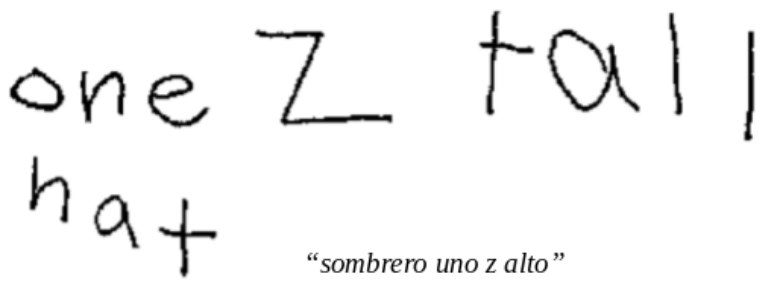
Uno *Z* alto

Zyla (6 años), una estudiante de primer grado básico que participó en un estudio sobre el uso de variables (Brizuela et al., 2015), inventó una forma de escribir un caso general. En la entrevista, se le presentó el problema "Altura con sombrero:" si una

persona usa un sombrero de un pie (aproximadamente 30 centímetros) de alto, ¿cuál es su altura total? Cuando la entrevistadora le pidió explicar qué hacer para pasar de la altura de una persona a la altura de una persona con sombrero, Zyla dijo que hay que sumar uno. Luego, la entrevistadora escribió *Z* como una altura cualquiera y le pidió completar la altura con sombrero para ese caso. En vez de escribir la expresión convencional $Z + 1$, Zyla inventó su propia escritura: uno *Z* alto, y después agregó sombrero para aclarar qué representaba el uno (ver Figura 2):

E: Si digo que alguien mide *Z* pies (escribe la letra *Z* en la columna izquierda de una tabla de dos columnas), ¿qué pongo aquí al lado (señala la columna de la derecha para la altura con sombrero)?
Zyla (Z): Yo pondría uno *Z* alto.
E: ¿Me lo mostrás?
Z: (Escribe *Z*, se detiene, vuelve atrás y agrega la palabra "one" [uno] delante, después escribe "tall" [alto]. Más tarde agrega "hat" [sombrero] cuando la entrevistadora le pide aclarar qué representa "one"). Uno… uno *Z*… (se ríe).
E: ¿Qué representa ese uno?
Z: El uno es el sombrero. El sombrero mide un pie.

Figura 2 Producción escrita de Zyla durante la entrevista (Brizuela et al., 2015, p. 42).



Nota. La entrevista se realizó en inglés y se utilizaron unidades del sistema imperial. El sombrero medía un pie (aproximadamente 30 centímetros) de alto.

Este intercambio muestra que la invención uno *Z* alto no fue arbitraria. Cada elemento de la escritura de Zyla cumplió una función: ella explicó que el uno representaba el sombrero porque este mide un pie, y sostuvo esa explicación con un gesto que

marcaba la altura del sombrero. La *Z* representaba la altura de la persona: explicó que la incluyó porque la entrevistadora ya la había escrito en la tabla, y hasta movió el dedo de la entrevistadora para señalar ese lugar. Finalmente, la palabra alto anclaba el sentido de toda la expresión al contexto del problema: el problema trataba de una altura. Así, la producción de Zyla integraba los tres componentes de la relación, la cantidad y la variable que representan una altura cualquiera (*Z*), la constante (uno/sombrero) y la magnitud (alto), en una notación inventada que, aunque no fuera convencional, expresaba una generalización.

Max y su tabla

En una entrevista individual que formó parte de un experimento de enseñanza sobre pensamiento funcional (Brizuela et al., 2021), Max (5 años, Kindergarten) construyó la tabla por etapas (ver Figura 3). El problema presentado fue: ¿cuántas narices tiene un grupo de perros? (función $y = x$). La entrevistadora empezó con una hoja en blanco y escribió un 1 y otro 1 al lado para representar 1 perro y 1 nariz. Después, escribió 2 y 2 debajo como un segundo caso. A partir de ese modelo, Max completó nuevos pares de valores por su cuenta cuando la entrevistadora le preguntó por otras cantidades. Cuando llegó al par 6 y 6, la entrevistadora le pidió que aclarara qué significaba cada columna. Ahí Max recurrió a sus propios recursos para dar sentido a la organización: dibujó un perro y lo usó para señalar la columna de la izquierda, y dijo "cuántas narices" para referirse a la columna de la derecha (ver Figura 3).

Luego, cuando la entrevistadora le sugirió que escribiera palabras para acordarse, Max escribió dogs (perros) y noses (narices) como etiquetas para las columnas y agregó flechas debajo de las etiquetas para mostrar que esos nombres se referían a toda la columna y no a un número aislado. Recién después de que Max realizara estas notaciones, la entrevistadora trazó las líneas horizontales y verticales que cerraron el formato de la tabla. Max no inventó el formato de la tabla, pero sí inventó apoyos gráficos (el perro, las flechas) que le permitieron organizar su trabajo que, junto con la disposición de los datos en filas, le abrieron camino para identificar la relación entre las dos cantidades involucradas—perros y narices.

Figura 3 La tabla de Max durante su entrevista (Brizuela et al., 2021, p. 179).

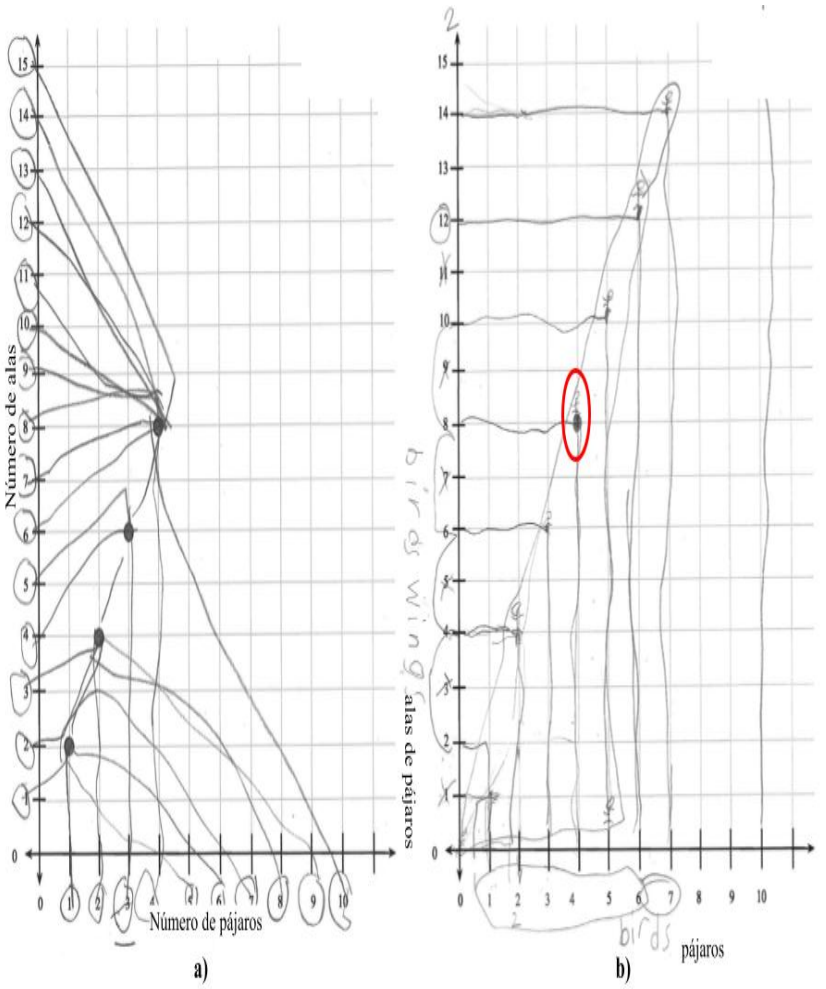


Invenciones con gráficos

Los siguientes dos casos provienen de una investigación en curso sobre cómo niñas y niños de 5 a 7 años (nivel parvulario a segundo grado de básica) interpretan gráficos de coordenadas. Sandra (5 años) inventó un modo de graficar que no partía de ubicar puntos como pares ordenados, sino de conectar números con líneas. Ella

circuló los números de los ejes y trazó líneas que iban desde los números en el eje vertical hacia un punto (ver Figura 4, a) como si el trabajo central fuera conectar valores. Si bien a primera vista el invento de Sandra parece decorativo, para ella fue una herramienta importante que la ayudó a comprender la situación. Sandra coordinó dos cantidades utilizando las líneas. Al trazar líneas, ella hizo visible el recorrido que usó para leer el gráfico, como si el significado estuviera en el camino y no solo en el punto.

Figura 4 Las representaciones gráficas de Sandra (a) y Azul (b) durante sus entrevistas.



Este invento también explica por qué aparecen tantas líneas en su trabajo. Sandra trazó varios recorridos porque necesitaba confirmar, una y otra vez, qué significaba cada número y cómo se relacionaba con el par de coordenadas que había marcado en el gráfico. En particular, ella trató el eje vertical como una lista que debía recorrer y completar, y desde esa lectura hacía que muchos números estuvieran conectados al mismo punto. Por eso se ve un abanico de conexiones que convergen. En el siguiente intercambio, se ve con claridad cómo Sandra usó las palabras de los ejes y el recorrido para sostener el sentido que estaba construyendo:

E: ¿Qué significan estos números (señala los números en los ejes *x* e *y*)? ¿Estas (señala las palabras "Número de alas" y "Número de pájaros" en los ejes) palabras te pueden ayudar a decidir qué significan? Esto (señala la palabra "Número de pájaros" en el eje *x*) dice número de pájaros. Esto (señala la palabra "Número de alas" en el eje *y*) dice número de alas.

Sandra (S): Entonces había un pájaro y después había dos pájaros.
E: Hablemos de este punto (señala el punto [1,2]). ¿Qué significa este punto? Dijiste que hay un pájaro.
S: Y después dos es tres. Y después hay cuatro.
E: Miremos este (señala el número cuatro en el eje *x*) ¿Cuatro qué? ¿Pájaros o alas?
S: Pájaros.
E: Cuatro pájaros. ¿Me mostrás el número de alas para cuatro pájaros?
S: Dos, por eso voy así (recorre los números del eje *y* con el lápiz)
E: Veo que vas subiendo por el eje y vas diciendo el número de alas. ¿Eso se relaciona con los puntos o solo estás leyendo el eje?
S: Sí. Yo sigo terminando.
E: ¿Cómo sabés que todos esos (señala los números del eje *y*) van a ese punto (señala el punto [4, 8])?
S: Porque son (refiriéndose a los números del eje *y*) de las alas de los pájaros.

Sandra apoyó la coordinación entre el número de pájaros y el número de alas a través de tres acciones: leyó las etiquetas para decidir de qué habla cada eje (pájaros o alas), recorrió los números

de los ejes como si fueran una lista que había que completar, y trazó líneas uniendo un punto con el número de los ejes para organizar la lectura de los pares de valores representados por los puntos en el gráfico.

El último ejemplo que compartimos es la invención de Azul (6 años, primer grado) que incluyó dibujos de pequeñas personas sobre algunos pares de valores representados por puntos en el gráfico. Ella llamó "amigas" a las personas que dibujó (ver Figura 4, b). Cuando la entrevistadora le señaló el punto de 3 pájaros y 6 alas, Azul lo explicó diciendo que una de sus amigas hizo ese caso y que por eso llegaron hasta ahí:

E: Veo que dibujaste una línea entre tres pájaros y seis alas. ¿Qué estás haciendo?
Azul (A): Como una de mis amigas hizo tres pájaros y seis alas.
E: ¿Entonces tu amiga pondría un punto ahí para mostrarlo?
A: Sí.
E: ¿Y estas personitas?
A: Mis amigas. Esta es la mía (señala la persona sobre el punto [4, 8] que dibujó). Mis amigas son las que ponen el punto ahí.
E: Entonces cada punto tiene a la persona que lo puso.
A: Sí.

Cuando la entrevistadora le preguntó por las personitas, Azul explicó que eran sus amigas y que ellas fueron las que pusieron los puntos en el gráfico. La invención de las amigas le sirvió para sostener el significado del punto que representaba un par de valores y para hablar de cada punto como un caso, sin tener que nombrar dos números a la vez. Los ejemplos de Sandra y Azul muestran que una invención puede darle significado a una representación. Sandra usó líneas para hacer visible cómo leyó el gráfico y para sostener la correspondencia entre las dos cantidades. Azul dibujó amigas sobre los puntos para mostrar que cada punto representaba un caso completo, construido por alguien, y así pudo justificar por qué ese punto iba ahí. Estas invenciones no son decorativas. Funcionan como apoyos que vuelven legible el gráfico para ellas y que abren una vía clara para introducir, más adelante, las convenciones escolares del punto y de los ejes.

Conclusión

En este capítulo describimos las invenciones de cinco niños. En la Tabla 1 sintetizamos las invenciones de cada niño y también proponemos convenciones que se podrían trabajar a partir de sus invenciones.

Tabla 1 Síntesis de las invenciones de los niños y posibles convenciones.

Niña/o	Invención	Convención que podría construirse
Ana	*Números mayúsculos* para diferenciar 3 de 30	Valor posicional
Zyla	*Uno Z alto* para expresar altura	Notación algebraica $Z + 1$
Max	Dibujo, palabras y flechas para rotular columnas	Formato de tabla con encabezados y líneas de separación
Sandra	Líneas que conectan los ejes	Lectura de coordenadas como pares de valores ordenados
Azul	Amigas dibujadas sobre los puntos en un gráfico	El punto del gráfico como representación de un par de valores relacionado a dos variables

En los cinco casos, la cuestión de fondo es la misma: la niña puede construir un significado matemático relevante sin necesidad de tener acceso a o de utilizar la forma convencional. La invención opera como un puente provisional, un recurso que sostiene el significado mientras la convención no está disponible. Pero ese puente tiene límites. Sandra, por ejemplo, necesita el recorrido completo para coordinar las cantidades del gráfico; todavía no interpreta el punto en sí mismo. Consideramos que atender a los límites de las invenciones es importante ya que muestran el lugar exacto donde la convención podría volverse necesaria.

Estos episodios retoman una idea central en Brizuela (1997): las invenciones y las convenciones se necesitan. Es decir, proponemos una alternativa a corregir a las niñas y los niños cuando estos proponen ideas o representaciones no convencionales.

Proponemos, en vez, escuchar y tratar de comprender sus invenciones, ponerlas a prueba con otros ejemplos y luego introducir una convención que preserve lo que el niño ya construyó. Por ejemplo, después de que Max agregó las flechas debajo de las columnas "dogs" y "noses," se le podría plantear: ¿qué pasa si yo tapo las flechas? ¿todavía sé cuáles números son de perros y cuáles de narices? Si Max dijera que no, la docente podría trazar una línea vertical entre las dos columnas y preguntar: ¿esta línea hace lo mismo que tus flechas? Si Max dijera que sí, la docente habrá introducido la convención de la tabla como una solución al mismo problema que Max ya había resuelto con sus flechas. En resumen, para enseñar matemáticas, proponemos entonces comenzar por las invenciones que proponen los mismos niños y luego, gradualmente, introducir convenciones para potenciarlas.

Agradecimientos: Este trabajo fue financiado por DRK-12 Award #DRL 1154355 y DRK-12 Award #2201095. Asimismo, este trabajo se enmarca en el FOVI240238 financiado por ANID.

Referencias

Brizuela, B. M. (1997). Inventions and conventions: A story about capital numbers. *For the Learning of Mathematics, 17*(1), 2-6.

Brizuela, B. M., Blanton, M., Sawrey, K., Newman-Owens, A. y Gardiner, A. M. (2015). Children's use of variables and variable notation to represent their algebraic ideas. *Mathematical Thinking and Learning, 17(1)*, 34-63.
https://doi.org/10.1080/10986065.2015.981939

Brizuela, B. M., Blanton, M. y Kim, Y. (2021). A kindergarten student's use and understanding of tables while working with function problems. En A. G. Spinillo, S. L. Lautert y R. E. de Souza Rosa Borba (Eds.), *Mathematical reasoning of children and adults: Teaching and learning from an interdisciplinary perspective* (pp. 171-190). Springer.

Ferreiro, E. (1978). What is written in a written sentence? A developmental answer. *Journal of Education*, *160*(4), 25-39.

Ferreiro, E. y Teberosky, A. (1979). *Los sistemas de escritura en el desarrollo del niño*. Siglo XXI.

Smith, J. P., III, diSessa, A. A. y Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of the Learning Sciences, 3*(2), 115-163.
https://doi.org/10.1207/s15327809jls0302_1

Representaciones tabular y gráfica para favorecer el pensamiento funcional en educación primaria: una experiencia de aula

Anaís I. Jiménez-Fernández; María. D. Torres; Elena Castro-Rodríguez

Palabras Clave: álgebra temprana; educación primaria, generalización, gráfico, pensamiento funcional, representación tabular.

Introducción

El pensamiento algebraico es una línea actual de investigación a nivel internacional (e.g., Ellis y Ozgür, 2024; Narváez, et al, 2026). La necesidad de introducir elementos algebraicos en las primeras etapas educativas ha sido resaltada desde hace décadas por los *Principles and standards for school mathematics* (NCTM, 2000). En esta experiencia nos centramos en el pensamiento funcional que ha sido considerado dentro de la corriente *early algebra* como una vía para desarrollar el pensamiento algebraico en los primeros cursos de Educación Primaria (e.g., Blanton y Kaput, 2011; Carraher y Schliemann, 2007; Kaput, 2000).

En el currículo español actual de Educación Primaria se recoge el sentido algebraico como uno de los ejes fundamentales en el que se incluye el "reconocimiento de patrones y las relaciones entre variables, la expresión de regularidades o la modelización de situaciones con expresiones simbólicas" (MEFP, 2022, p. 24486). Para promover el pensamiento funcional en educación primaria, Kaput y colaboradores (Blanton et al., 2011; Kaput, 2008) proponen cuatro prácticas algebraicas en el aula: (a) generalizar, (b) representar, (c) razonar y (d) justificar. Aquí atendemos a la generalización y su representación describiendo la intervención en el aula con alumnado de segundo de Educación Primaria (7-8 años) al resolver una tarea funcional donde intervienen las representaciones tabular y gráfica.

Fundamentación

El pensamiento funcional abarca la comprensión y uso de relaciones entre cantidades covariables; representar y justificar estas relaciones de diversas formas, razonando con fluidez con estas representaciones generalizadas para comprender y predecir el comportamiento funcional (Blanton et al., 2018). La generalización es una actividad clave dentro del pensamiento funcional. La actividad de generalizar conlleva identificar elementos comunes en todos los casos, identificar una regularidad; extender el razonamiento más allá del rango de origen; y derivar resultados más amplios de casos particulares (Ellis, 2007; Blanton et al., 2018). Desde unos pocos casos particulares puede evidenciarse una regularidad de diferentes formas que puede generalizarse.

El pensamiento funcional incluye la generalización de las regularidades o relaciones entre cantidades que covarían; la expresión de estas regularidades utilizando diferentes representaciones como el lenguaje natural, símbolos, tablas o gráficos (Blanton et al., 2011). Las representaciones matemáticas son aquellas herramientas que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos en el que los estudiantes registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas (Rico, 2009). En las actividades propuestas en este trabajo, nos centramos en dos tipos de representaciones: la tabular y la gráfica. Estas representaciones no solo permiten organizar y visualizar la información, sino que también favorecen la obtención de las regularidades, relacionar los datos expresados numéricamente en la tabla con su representación en el gráfico.

Las tablas de valores son herramientas para organizar y explorar regularidades funcionales en los primeros cursos de Educación Primaria (Torres et al., 2022). En el gráfico, el eje X muestra los valores de la variable independiente y el eje Y los valores de la variable dependiente. Las representaciones en el contexto de las funciones nos permiten observar diferentes maneras expresar las regularidades.

Experiencia de aula

En este trabajo, mostramos una propuesta de aula para trabajar el pensamiento funcional donde intervienen la generalización y representaciones (tabular y gráfica) diseñada para estudiantes de segundo de Educación Primaria (7-8 años), a través de un contexto narrativo cercano al interés del alumnado (personajes de la serie Bluey), como motor para transitar desde la exploración de casos particulares hacia la generalización mediante la representación gráfica y tabular.

Para ello, elaboramos una representación manipulativa (panel) de una gráfica con ejes cartesianos (figura 1), donde encontramos una gráfica a gran escala con 15 números en los respectivos ejes con una dimensión aproximada de 1,5 x 1,5 metros. Este panel lo construimos con doble goma EVA para que tuviese firmeza, además, en la parte trasera contiene unos palos de madera para que se mantenga erguido. El panel fue colocado sobre la pizarra de la clase durante las dos sesiones de trabajo.

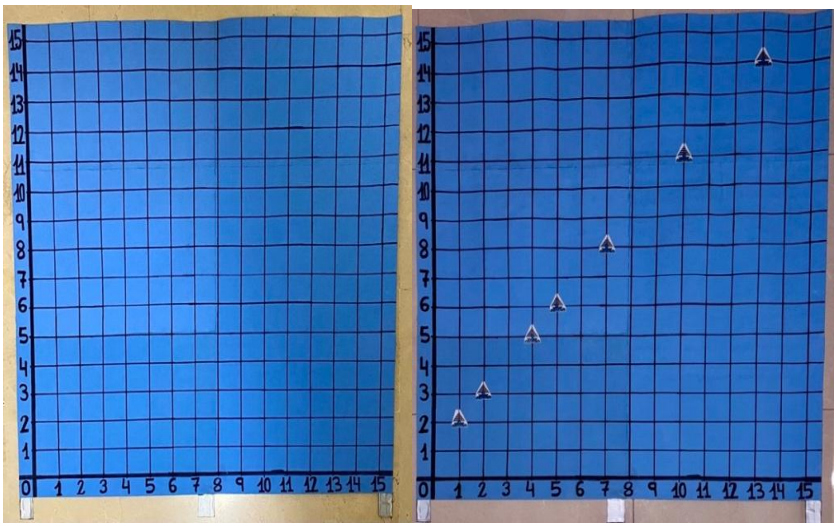


Figura 1. Representación manipulativa del gráfico
Primera sesión: función lineal (y=x+1)

Dicha sesión consta de tres fases interconectadas: (1) introdujimos el contexto a través de la historia de Bluey y Bingo; (2) exploración en gran grupo de casos particulares mediante el uso de

un panel manipulativo con representación gráfica; (3) aplicación de una hoja de trabajo individual.

Para comenzar preguntamos a los estudiantes si conocían quienes eran Bluey y Bingo, este fue el incentivo para llamar su atención y aprovechando el interés, introdujimos el siguiente contexto "El viaje de Bluey y Bingo":

> Bluey y Bingo se van de viaje en barco, a un crucero durante muchos días. Ellas están muy contentas por lo que preparan sus maletas. Llega el día de subirse a bordo del barco llamado "La brisa azul". El viento soplaba muy fuerte y movía las velas del barco mientras cruzaban el océano. El barco se movía tan rápido que a Bluey se le ocurrió un juego, por lo que avisa a Bingo y se lo explica, tienen que averiguar la trayectoria que está siguiendo su barco. ¡Ayudamos a Bluey y Bingo a conocer el rumbo que está siguiendo su barco!

Los alumnos debían ayudar a los personajes a descubrir el rumbo del barco. Inicialmente, se trabajaron casos sencillos (*1 día—2 km; 2 días—3 km; 4 días—5 km)* para establecer la relación y=x+1, de la siguiente manera: "si el barco viaja por el océano durante un día recorre dos kilómetros". Tras poner estos casos particulares en el panel (pinchando los barcos plastificados), pedimos a varios estudiantes que rellenaran los demás puntos de la tabla 1 en la pizarra.

Tabla 1. Casos particulares de la primera sesión

Días de viaje	Kilómetros recorridos
1	2
2	3
4	5
5	6
7	8
10	11
13*	14

*Fue elegido por uno de los estudiantes.

Los estudiantes participaron activamente poniendo los puntos en el panel de la pizarra, además, durante la dinámica, surgió la primera aproximación a la regla. Ante la pregunta de cuántos

kilómetros recorrería en 4 días, un estudiante sugirió "el doble", pero tras observar la progresión en el panel, otra alumna lo corrigió identificando el patrón: 5 kilómetros. Esta interacción demuestra como el material manipulativo permitió el seguimiento visual de la sesión.

Posteriormente, le dimos a cada estudiante una hoja de trabajo de un gráfico en papel y unas pegatinas (barcos) para que pusieran los puntos que se habían expuestos en el panel de la pizarra en su hoja de trabajo (figura 2). Tras esto le pedimos que representasen los nuevos puntos (18, 20, 25 y 31 días) de manera individual en su hoja de trabajo con un punto a lápiz. Algunos estudiantes comentaron que "el barco va un kilómetro adelantado".

Por último, les hicimos preguntas para identificar la regla general: ¿cómo continuará la trayectoria el barco?, ¿por dónde seguirá navegando el barco?, y lo respondieron en la hoja de trabajo repartida. Los estudiantes expresaron sus ideas mediante la representación gráfica, a través de la prolongación de puntos o del trazado de una línea para indicar la continuidad de la trayectoria.

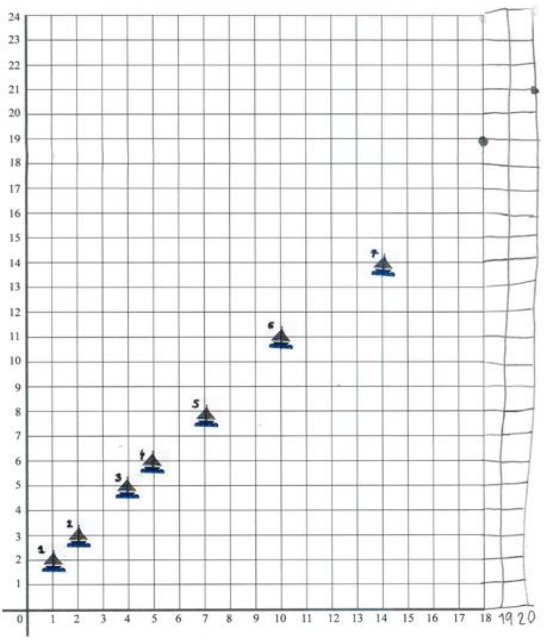


Figura 2. **Ejemplo de hoja de trabajo de un estudiante**
Segunda sesión: funciones lineales (y=x+3 y y=x-1)

Esta nueva sesión también fue organizada en tres partes: (1) introdujimos el contexto de la primera sesión, pero con modificaciones para poder introducirle las nuevas funciones; (2) trabajamos la función y=x+3 mediante casos particulares sobre el panel de la pizarra; (3) trabajamos la función y=x-1 mediante la hoja de trabajo individual.

Para presentar el contexto de la función y=x+3, nos ayudamos de una presentación animada (figura 3).



Figura 3. **Presentación función y=x+3**

"Bluey y Bingo han tenido que cambiar de barco porque el motor se ha roto y el nuevo capitán no conoce el camino. Ellas se dan cuenta que el barco está recorriendo otro camino. ¡Ayudamos a Bluey y Bingo a conocer el nuevo camino que está llevando su barco!"

Después introdujimos los casos particulares con ayuda de una tabla pintada en la pizarra (tabla 2), donde los estudiantes fueron saliendo a la pizarra a poner los puntos en la posición

correspondiente (figura 4). La tabla la usamos para que los estudiantes fuesen viendo la relación, realizando la traducción entre la representación tabular y gráfica.

Tabla 2. Casos particulares de la segunda sesión

Días de viaje	Kilómetros recorridos
2	5
1	4
4	7
5	8
3	6
8	11
10	13

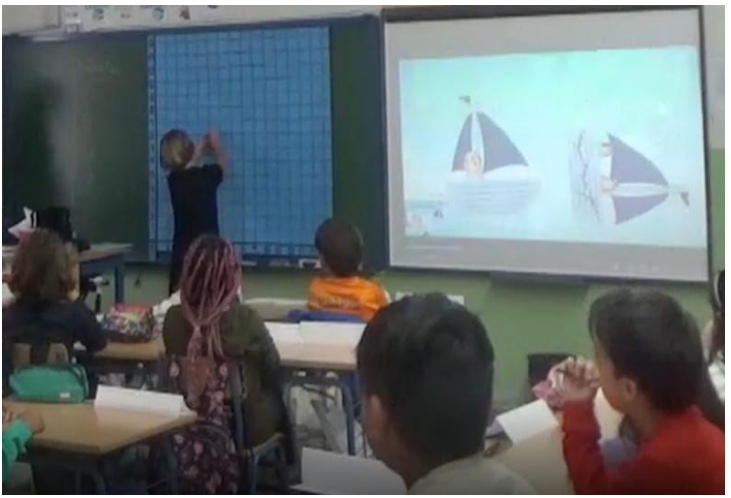


Figura 4. **Estudiante en el panel**

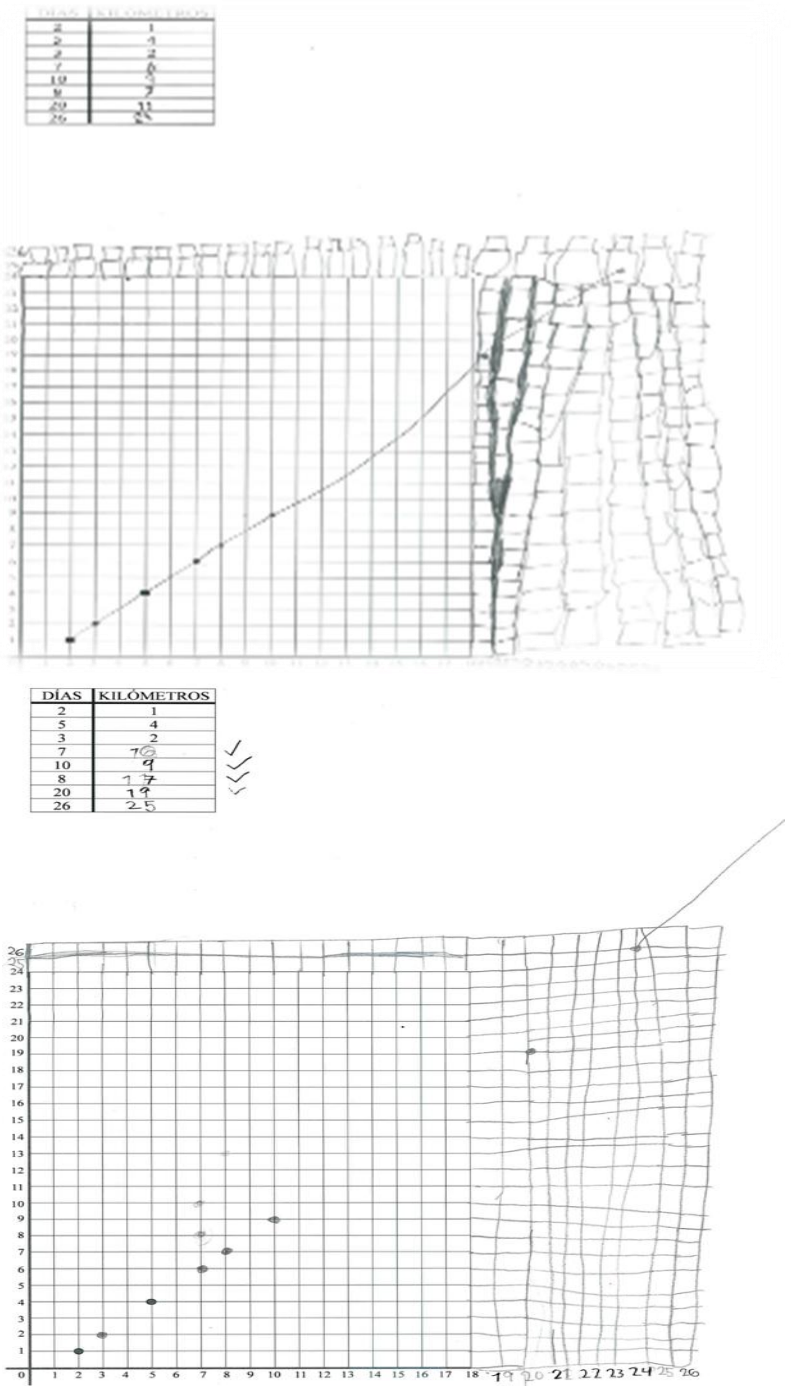
En la pizarra mostramos los tres primeros valores (2 días—5 km; 1 día—4km; 4 días—7km), a partir estos, varios estudiantes expresaron indicios de generalización, manifestando que "ya sabían cómo iba", una estudiante expresó "está adelantado 2 kilómetros". En base a esto, preguntamos al resto de estudiantes, si estaban de acuerdo con su compañera. Después, algunos estudiantes fueron seleccionados para colocar en el panel los puntos que había en la tabla 2. Mientras tanto, continuamos preguntando por los kilómetros que recorrerán los personajes los días correspondientes.

Para introducir una función y=x-1, les presentamos una nueva modificación del contexto. Para ello, les proyectamos en la pizarra digital una presentación con el refuerzo visual de las imágenes "hay una tormenta en el océano, las olas se hacían enormes, el viento soplaba y había muchos truenos y relámpagos, por lo que el barco tuvo que cambiar su camino. ¿Cuál es el camino que está llevando ahora el barco de Bluey y Bingo?" (figura 5).



Figura 5. Presentación función y=x-1

Para ayudarlos proyectamos la tabla que ellos tenían en la hoja de trabajo para hacer que pongan su foco de atención en la nueva función y no la confundan con la anterior trabajada en el panel. Tras esto, dimos a cada estudiante una hoja de trabajo con un gráfico en el que aparecía una tabla con una serie de números y un gráfico con dos puntos; donde ellos tenían que completar la tabla y traducirla en el gráfico (figura 6). Además, les pedimos que dibujasen por dónde seguiría el camino el barco (la trayectoria). En esta ocasión, los estudiantes trabajaron individualmente en silencio con su hoja.



DÍAS	KILÓMETROS
2	1
5	4
3	2
7	6
10	9
8	7
20	19
26	25

Figura 6. Ejemplos de hojas de trabajo de estudiantes

Consideraciones finales

Como han expresado diferentes autores (e.g., Blanton et al., 2018), en la etapa de Educación Primaria es fundamental desarrollar el pensamiento funcional mediante el trabajo con diversas representaciones. En este capítulo presentamos una experiencia de aula que aborda el pensamiento funcional y la generalización a través del uso de un relato (el viaje del barco) y una representación gráfica (el panel), lo que motivó a los estudiantes a implicarse en la búsqueda de regularidades. Durante las sesiones, algunos estudiantes comenzaron a expresar la relación entre los días de viaje y los kilómetros recorridos mediante un lenguaje natural, utilizando expresiones como "el barco va un kilómetro adelantado" o "es más tres", lo que muestra una primera aproximación a la generalización de dicha relación.

Además, consideramos que la tarea propuesta se puede adaptar o ampliar fácilmente incrementando el desafío cognitivo, modificando el grado de complejidad de las funciones o solicitando la búsqueda de valores faltantes.

Agradecimientos

Este estudio se ha realizado en el seno del grupo FQM 193. Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico, y en el marco de los proyectos PID2020-113601GB-I00 y PID2024-157106NB-I00; financiados por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y FEDER, UE; así como el proyecto FOVI240238 financiado por ANID.

Referencias

Blanton, M., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L. y Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds. ICME-13 Monographs* (pp. 27-49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2

Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization, advances in mathematics education: A global dialogue from multiple perspective* (pp. 5-23). Springer.

https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2

Blanton, M., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. NCTM.

Carraher, D. W. y Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning (Vol. 2,* pp. 669-705). NCTM e IAP.

Ellis, A. B. (2007). A taxonomy for categorizing generalizations: Generalizing actions and reflection generalizations. *Journal of the Learning Sciences, 16*(2), 221-262.

https://doi.org/10.1080/10508400701193705

Ellis, A. T. y Özgür, Z. (2024). Trends, insights, and developments in research on the teaching and learning of algebra. *ZDM–Mathematics Education, 56*(2), 199-210.

https://doi.org/10.1007/s11858-023-01545-9

Kaput. J. J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is the algebraic reasoning? En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Lawrence Erlbaum Associates. https://doi.org/10.4324/9781315097435-2

Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP] (2022). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado (BOE), 52,* 24386-24504.

Narváez, R., Torres, M. D. y Cañadas, M. C. (2026). Analyzing the generalization process of fourth graders in a functional thinking context. En A, Abreu, J.V. Carvalho, R.A. Castanho. (Eds). *Perspectives and trends in education and technology, Volume 3*. ICITED 2026. Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS), (Vol 1695, pp. 230-237). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-032-09074-4_23

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics.*

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA, 4*(1), 1-14. https://doi.org/10.30827/pna.v4i1.6172

Torres, M. D., Brizuela, B. M., Moreno, A. y Cañadas, M. C. (2022). Introducing tables to second-grade elementary students in an algebraic thinking context. *Mathematics, 10*, 56. https://doi.org/10. 3390/math10010056

Uso y vinculación de representaciones en situaciones multiplicativas
El rol de las representaciones únicas y múltiples

Daniela Beatriz Vargas Rivera

Palabras Clave: Representaciones matemáticas; situaciones multiplicativas; educación básica; investigación de diseño.

Contextualización

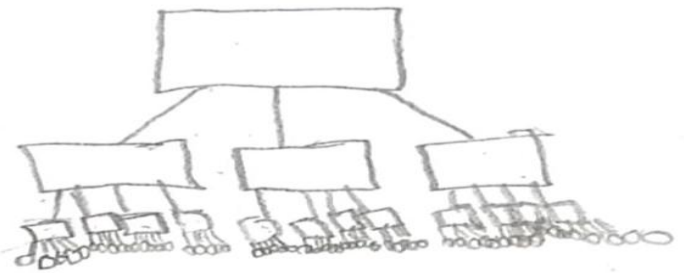
En la enseñanza de la matemática en educación básica, uno de los desafíos persistentes se relaciona con la comprensión de las situaciones matemáticas más allá de la aplicación de procedimientos. En particular, en el estudio de las situaciones multiplicativas, se ha evidenciado que los estudiantes tienden a centrarse en la obtención de resultados mediante cálculos, sin necesariamente comprender la estructura de la situación ni las relaciones entre las cantidades involucradas. Por ejemplo, al presentar una docente una situación multiplicativa, se podría observar que algunos estudiantes no logran comprender la situación planteada; otros, al no identificar la operatoria a utilizar, manifiestan rechazo o desmotivación frente a la actividad. Asimismo, un grupo podría tender a enfocarse en obtener rápidamente un resultado mediante cálculos, pero presentar dificultades al momento de identificar, representar y explicar la información matemática relevante. Esto evidencia que el abordaje de este tipo de situaciones no se limita a la obtención de una respuesta, sino que implica procesos más complejos, como la comprensión de la situación, la organización de la información y la comunicación del razonamiento. En este sentido, las representaciones matemáticas se perfilan como una herramienta con el potencial de desarrollar la comprensión.

A pesar de que diferentes normativas curriculares resaltan el rol de las representaciones matemáticas como una forma de apoyar el desarrollo del pensamiento matemático, todavía quedan desafíos

en la forma de abordarlos. Por ejemplo, en un cuarto de primaria de una escuela municipal de la provincia de Colchagua (Chile), un 27 % de los estudiantes resolvió con éxito problemas que exigían comprender el contexto, justificar procedimientos y coordinar información, según resultados del Diagnóstico Integral de Aprendizajes (Agencia de Calidad de la Educación, 2025). Las dificultades aumentan cuando se requiere interpretar, producir o coordinar representaciones como tablas, gráficos o dibujos, lo que sugiere dificultades del estudiantado no solo en el uso de representaciones, sino especialmente en su articulación y vinculación para construir significados matemáticos.

En este capítulo se presenta una propuesta de enseñanza orientada a promover el uso y la vinculación de múltiples representaciones en estudiantes al abordar situaciones multiplicativas. En particular, se busca que los estudiantes expresen sus ideas matemáticas mediante el uso simultáneo de representaciones manipulativas junto con otros tipos de representaciones. Se considera que vinculación entre representaciones es clave, ya que comprender una situación multiplicativa no involucra saber operar con algoritmos convencionales, sino que el interés está puesto en identificar las cantidades involucradas, las relaciones que se establecen entre ellas y la estructura conceptual que organiza la situación (Vergnaud, 1983). En este sentido, entendemos por representación única aquella en que el estudiante aborda una situación mediante un solo registro, ya sea creado o interpretado, sin establecer relaciones explícitas con otros. En la Figura 1 se ejemplifica este tipo de respuesta en la situación "cajas dentro de cajas", donde se utiliza un diagrama de árbol de forma aislada para representar la información.

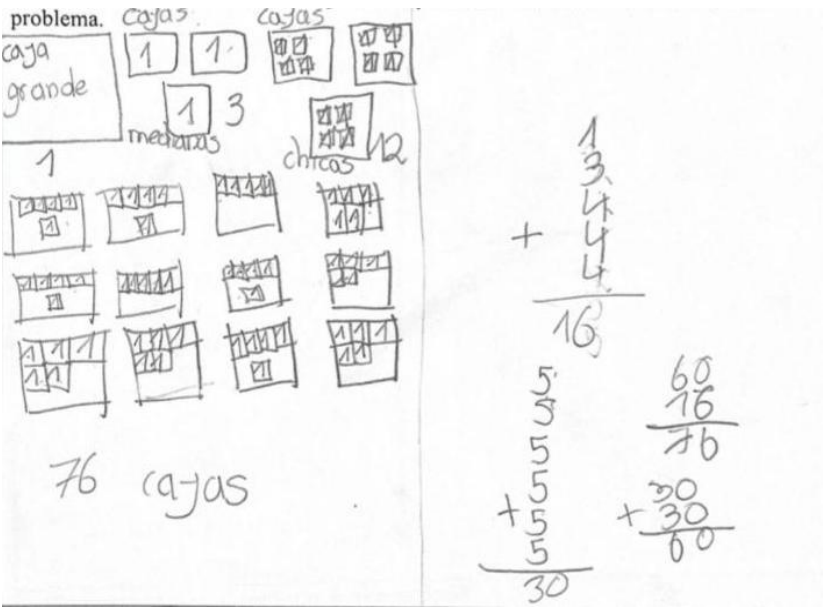
Figura 1. Ejemplo de representación única utilizada por estudiantes para la situación "cajas dentro de cajas"



En la figura 1 muestra un tipo de representación que se repite en algunos estudiantes donde se utilizó un diagrama para representar la situación multiplicativa de "cajas dentro de cajas", sin incluir otro tipo de representación.

Por su parte, las representaciones múltiples se entienden como el uso coordinado de dos o más registros para expresar, justificar o revisar una idea matemática (Ainsworth, 2006; Pinto y Anglada, 2025). En la Figura 2 se observa este uso, donde un estudiante articula representaciones para resolver la situación "cajas dentro de cajas"

Figura 2. Ejemplo de representación múltiple utilizada por estudiantes para la situación "cajas dentro de cajas"



En la Figura 2 observamos un uso de representaciones múltiples, ya que el estudiante articula un dibujo y símbolos numéricos (cálculo) para resolver la situación. El esquema organiza el problema por niveles (1 caja grande, 3 medianas y 12 chicas), información que luego se traduce en operaciones numéricas. La coordinación entre ambas representaciones permite identificar las cantidades relevantes y sus relaciones, transformarlas en cálculos y verificar el resultado final.

Descripción de las sesiones y recursos utilizados

En cada una de las sesiones se abordan tipos de situaciones multiplicativas, tal como se presenta en la Tabla 1.

Sesión	Tipo de situación multiplicativa (Vergnaud, 1983)	Situación inicial presentada	Representaciones vinculadas
1	Isomorfismo de medida	Alejandra guardó cajas dentro de otras cajas y quiere saber cuántas tiene en total. Al revisar se dio cuenta que tiene una caja grande. Dentro de la caja grande hay tres cajas medianas, dentro de cada caja mediana hay cuatro cajas chicas y dentro de cada caja chica hay cinco cajitas minis.	Representación pictórica a través de esquemas de agrupación (cajas dentro de cajas), junto con una representación simbólica mediante multiplicación iterada.
2	Isomorfismo de medidas	La Sra. María, es dueña de un bazar en el barrio, y hoy recibió 15 cajas grandes de bolitas, pero necesita saber cuántas bolitas tiene para vender, al revisar anota en su cuaderno que cada cajita chica trae 10 bolitas. Cada caja mediana trae 6 cajitas chicas. Cada caja grande trae 5 cajas medianas.	Representación pictórica, representación simbólica.
3	Situación de situación de proporcionalidad (relación multiplicativa entre cantidades)	Camila tiene en su monedero solo monedas de $50 y de $10. Por cada moneda de $50 tengo cuatro de $10. Si en total tengo $1.080, ¿cuántas monedas tengo de $10 y cuántas de $50?	Representación pictórica, representación simbólica.
4	Comparación multiplicativa (relación proporcional simple).	Una cancha grande tiene el triple de largo que una pequeña. Si una cancha pequeña mide 20 metros de largo, ¿cuánto mide el largo de una cancha grande?	Regletas Cuisenaire con dibujos y símbolos numéricos.
	Composición de configuraciones (producto cartesiano / combinatoria simple)	Para el carnaval, hay 3 tipos de máscaras (león, mariposa y robot) y 4 tipos de trajes (azul, verde, rojo y amarillo). Cada niño debe elegir una máscara y un traje. ¿Cuántas combinaciones distintas hay? Y si agregan una máscara nueva, ¿cuántas habría?	Fichas y cubos encajables con dibujos, símbolos numéricos y lenguaje natural escrito.

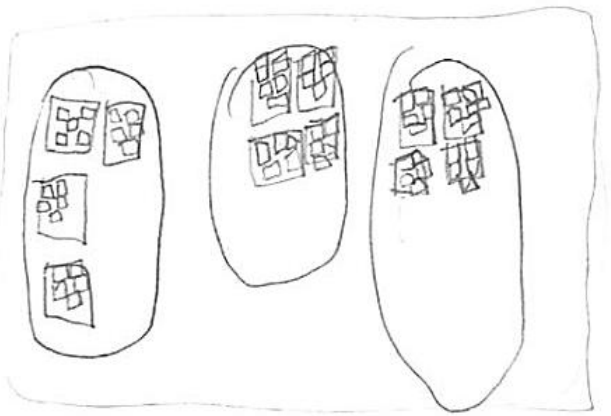
Tabla 1. Caracterización de las sesiones implementadas

Sesión 1

En la primera parte de este análisis, nos centraremos en caracterizar los tipos de representaciones utilizadas por las y los estudiantes de 4° básico, así como también identificar la información que reconocen y representan de la situación multiplicativa y por último las estrategias multiplicativas que utilizan al representar para resolver.

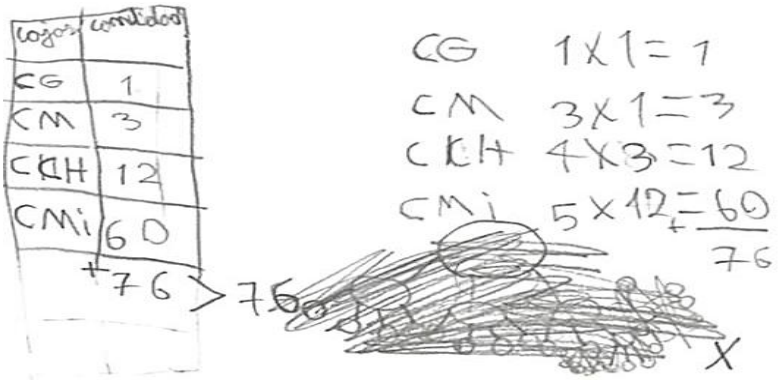
En la figura 3, se observa el uso de representaciones únicas de carácter pictórico en la cual, la información se comunica solo mediante contenedores y agrupamientos dibujados, sin registros numéricos u operaciones.

Figura 3 Ejemplo de representación única utilizada por estudiantes en una situación de isomorfismo de medidas



En la figura 4, se presenta una representación múltiple porque combina un registro organizado, uno simbólico y uno verbal abreviado, el estudiante organiza la información en una tabla usando abreviaturas (CG para caja grande, CM para caja mediana, CCH caja chica, CMI caja mini), lo que le permite seguir la estructura del problema paso a paso. Luego, utiliza multiplicaciones sucesivas para determinar la cantidad de cajas en cada nivel. Finalmente, integra los resultados mediante una suma para obtener el total.

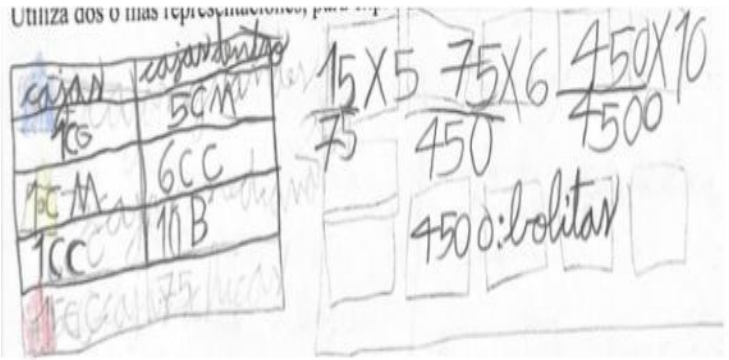
Figura 4. Ejemplo de representación múltiple utilizada por estudiantes en una situación de isomorfismo de medidas



Sesión 2

La sesión 2 se centra en el uso intencionado de dos o más representaciones, en esta etapa de la investigación, la docente incentiva el uso de dos o representaciones para expresar la información de la situación multiplicativa. En la figura 5 se muestra una representación utilizadas por estudiantes, para una situación de isomorfismo.

Figura 5 Ejemplo de representaciones utilizada por estudiantes en una situación de isomorfismo de medidas

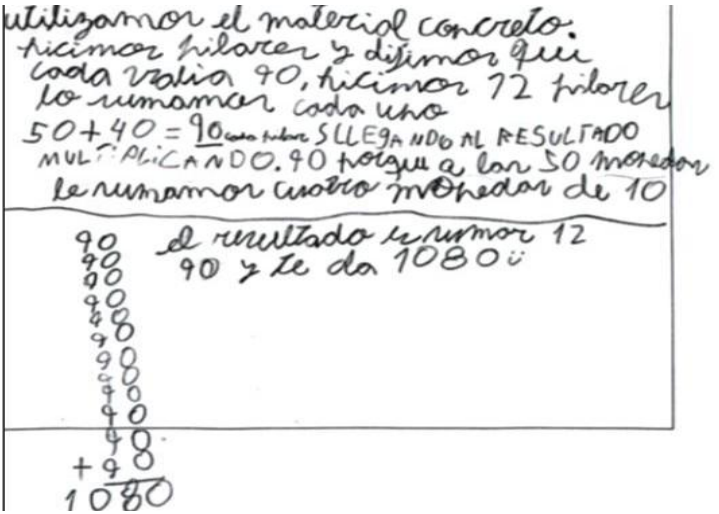


En la figura 5 se muestra la representación de la situación a partir de una tabla en la que los estudiantes organizan la información de las cajas y las cantidades, seguida del uso de la multiplicación para obtener el total de bolitas, articulando estas representaciones.

Sesión 3

En la sesión 3, la docente incentiva a las y los estudiantes a que utilicen más de una representación, pero que una esté conectada con la otra. Además, en esta sesión el estudiantado puede trabajar con material concreto (cubos unifix). En la figura 6, se muestra una de las representaciones utilizadas por un grupo de estudiantes para representar una situación de proporcionalidad (relación multiplicativa entre cantidades)

Figura 6 Ejemplo de representaciones utilizada por estudiantes en una situación proporcionalidad



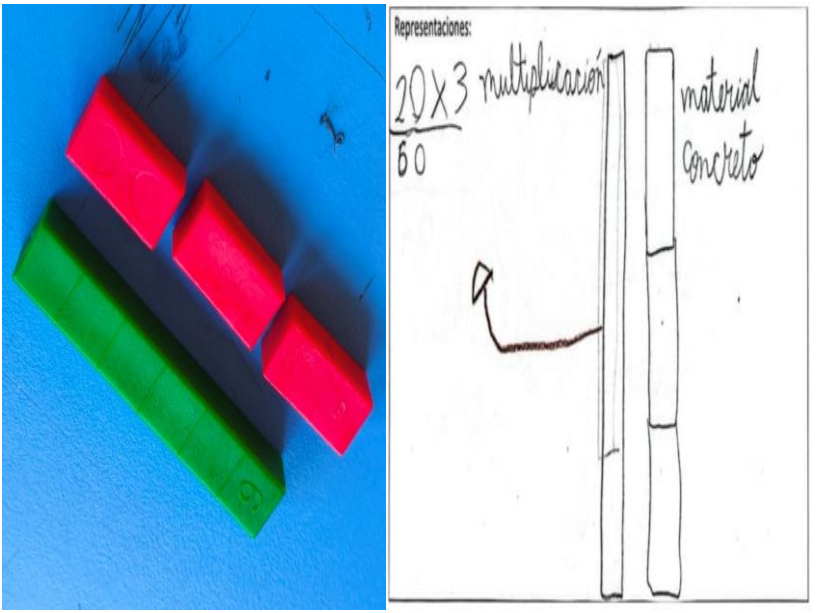
En la figura 6 se observa que los estudiantes explicitan el uso de cubos y como los utilizaron para lograr encontrar la respuesta a la situación presentada, además de usar cubos, sumaron las cantidades, y escriben el proceso. En ambos casos, se presentan representaciones múltiples

Sesión 4

En la sesión 4, el estudiantado trabaja en la representación de dos situaciones multiplicativas de comparación multiplicativa y composición de configuraciones (producto cartesiano /

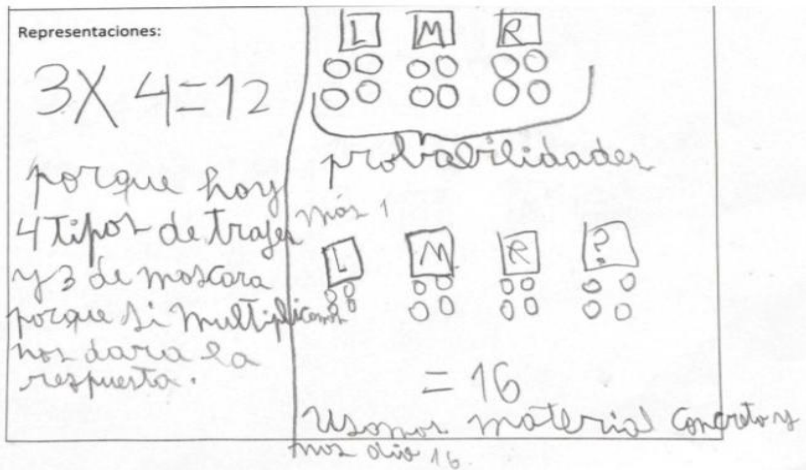
combinatoria simple). En esta sesión la docente incentiva el uso articulado de representaciones, dejando en claro que el foco es el uso de las representaciones más que el resultado. En la figura 7, se observa como hallazgo la articulación entre las regletas y el dibujo favoreció la comprensión del "triple" y permitió que la representación numérica funcionara como síntesis de la información matemática involucrada, reforzando el uso de representaciones múltiples para comunicar la información del enunciado y sostener la justificación.

Figura 7. Ejemplo de representación múltiple utilizada por estudiantes en una situación de comparación multiplicativa



Durante el trabajo con la situación de las máscaras, los estudiantes dispusieron de fichas y cubos encajables para representar distintas combinaciones. En la figura 8, se muestra las representaciones utilizadas por un grupo de estudiantes, que logra articular, dibujos, símbolos numéricos y palabras.

Figura 8. Vinculación de representaciones al abordar situación de producto cartesiano



En la respuesta de este grupo de estudiantes visualizamos la estructura de la situación: por cada máscara existen 4 posibilidades, lo que se sintetiza en una representación numérica $3 \times 4 = 12$ (para la primera pregunta) o con $4 \times 4 = 16$ (para la segunda pregunta), o usando los dibujos compuestos por cuadrado (para representar máscaras) y círculos (para representar trajes).

Evaluación y conclusiones

Durante la implementación de las sesiones, se evidenció que el uso intencionado de representaciones múltiples favorece la comprensión de situaciones multiplicativas y la comunicación del razonamiento, especialmente cuando los estudiantes articulan más de un registro para explicitar cantidades y relaciones. Asimismo, la puesta en común y la discusión entre pares se configuran como instancias clave para validar, ajustar y resignificar estas representaciones, promoviendo criterios de coherencia más allá del resultado numérico.

En este proceso, se observa una progresión desde representaciones múltiples no conectadas hacia representaciones conectadas, lo que sugiere que el aspecto central no radica en la diversidad de formatos, sino en la capacidad de coordinarlos para construir significado. En este sentido, la articulación entre

materiales manipulativos y otros registros amplía las oportunidades de participación y favorece el acceso al conocimiento matemático en contextos inclusivos.

A partir de estos hallazgos, surgen interrogantes sobre la posibilidad de observar resultados similares en otros tipos de situaciones, como las aditivas o de carácter algebraico y geométrico. Como proyección pedagógica, se destaca la importancia de diseñar tareas e intervenciones que promuevan la conexión entre representaciones, la explicitación de relaciones y la justificación del razonamiento, más que el uso aislado de múltiples formatos.

Agradecimientos: Este trabajo se enmarca en el FOVI240238 financiado por ANID.

Referencias

Agencia de Calidad de la Educación. (2025). *Diagnóstico integral de aprendizajes: resultados cuarto básico*. Ministerio de Educación de Chile.

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16(3), 183-198.

Pinto, E. y Anglada, M. L. (2025). El uso de representaciones múltiples para expresar ideas algebraicas en la educación parvularia y básica. En M. V. Martínez y D. Gómez (Eds.), *Desarrollo de habilidades matemáticas en el aula de matemáticas* (pp. 12-16). Universidad de O'Higgins.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). Academic Press.

No todo es despejar: otra forma de enseñar ecuaciones e inecuaciones

Cristina Ayala-Altamirano; Eder Pinto; María C. Pérez-Martos

Palabras Clave: ecuación, historias matemáticas, inecuación, pensamiento algebraico, sentido estructural.

En muchas aulas, aprender ecuaciones sigue significando una cosa: "trasladar términos de un lado a otro". Se hace rápido, se obtiene el valor de algo desconocido, pero ¿se comprende realmente lo que se está haciendo? Diversas investigaciones han mostrado que este enfoque favorece una visión reducida del signo igual, entendido como una orden para operar y no como una relación de equivalencia. Así, el álgebra se convierte en un conjunto de reglas que se aplican sin sentido. Algo similar ocurre con las inecuaciones, que suelen enseñarse como una simple extensión de las ecuaciones en la que únicamente se destaca el cambio de símbolo sin profundizar en el significado de la desigualdad ni en la interpretación de sus soluciones. A esto se suma el uso predominante de problemas verbales que conducen a una única respuesta, limitando la posibilidad de comparar, justificar o analizar estructuras.

Entonces, cabe preguntarse: ¿En qué medida se considera el significado en la enseñanza de ecuaciones e inecuaciones? ¿Qué oportunidades tiene el alumnado para comprender la igualdad, la desigualdad y la equivalencia más allá de los procedimientos? En este capítulo se propone una alternativa: trabajar con problemas con apoyo visual que permitan "ver" las relaciones, explorar múltiples formas de representar una misma situación y justificar por qué distintas expresiones pueden ser equivalentes. Porque, como sugiere este trabajo, no todo es despejar.

Claves para la enseñanza de las ecuaciones y las inecuaciones

El pensamiento algebraico en el aula: más allá de los símbolos

Las investigaciones de las últimas décadas sobre la enseñanza del álgebra escolar insisten en una idea clave: el álgebra no es solo un conjunto de símbolos, sino una forma de pensar. En este contexto, pensar algebraicamente implica generalizar, identificar estructuras, razonar sobre las relaciones entre cantidades y resolver problemas (Kieran, 2022), así como justificar, representar y razonar sobre la generalización (Blanton et al., 2018).

Además, pensar algebraicamente implica tratar con cantidades desconocidas de manera analítica; es decir, tratarlas como si fueran conocidas mediante acciones como sumar, restar, multiplicar o dividir (Radford, 2018).

Aunque la notación algebraica convencional constituye una meta relevante en la expresión de ideas algebraicas, existen diferentes representaciones que también permiten construir y comunicar significado, tales como el lenguaje natural, dibujos, los gestos, las tablas, entre otras (Radford, 2018). En esta línea, diversas investigaciones han mostrado los efectos positivos de proponer tareas en las que se promueva la verbalización y representación de cantidades desconocidas mediante expresiones como "muchos", "otros" o "cualquier número", permitiendo que el alumnado exprese ideas matemáticas generales a través de representaciones variadas y personales, favoreciendo así una incipiente conciencia de lo indeterminado antes de la introducción de la notación algebraica convencional (Ayala-Altamirano y Molina, 2021).

En la enseñanza del álgebra, es fundamental desarrollar el *sentido estructural*: que el alumnado reconozca el orden interno de los objetos algebraicos, los compare y establezca relaciones de equivalencia (Rojano, 2022). De este modo, comprender la idea de equivalencia no implica únicamente transformar expresiones, sino reconocer cuándo dos expresiones representan la misma relación o situación, aunque su forma sea distinta. Por ejemplo, se espera que el alumnado pueda identificar, sin necesidad de realizar cálculos aritméticos, que expresiones como 5+5+3 y 2·5+3, o $b+b+3$ y

$2b+3$, son equivalentes, al reconocer la estructura común que subyace en ellas.

Para justificar la equivalencia entre expresiones, el alumnado puede recurrir a las propiedades matemáticas. Así, pueden apelar a propiedades como la conmutatividad o la asociatividad (Pinto et al., 2023), o bien recurrir a procesos de descomposición y composición de números (Kieran y Martínez-Hernández, 2022). El foco no está en operar, sino en reconocer y justificar relaciones.

Ecuaciones e inecuaciones

En este trabajo se presta atención a las ecuaciones e inecuaciones como una oportunidad para comprender el significado de la igualdad y la desigualdad. Se promueve una comprensión relacional de estos signos, así como el razonamiento sobre estructuras[5], el establecimiento de equivalencias entre expresiones y la formulación de ecuaciones e inecuaciones (Blanton et al., 2018).

Nuestro trabajo se centra en la enseñanza de las ecuaciones y las inecuaciones lineales. Ambas comparten una estructura algebraica similar: expresiones con una o más incógnitas de primer grado (no está elevada al cuadrado ni a potencias mayores). No obstante, se diferencian en el tipo de relación que representan: mientras las ecuaciones expresan una igualdad entre dos expresiones algebraicas o numéricas (Blanton et al., 2011), las inecuaciones expresan una desigualdad, es decir, una relación de orden (mayor que, menor que, mayor o igual, menor o igual) (Lloyd et al., 2011).

Otra semejanza es que, en ambos casos, el proceso formal de resolución se basa en transformar la expresión original en una más simple y equivalente utilizando propiedades matemáticas. Sin embargo, difieren en la naturaleza de sus soluciones: las ecuaciones suelen tener una solución única, mientras que la inecuación suele dar lugar a un intervalo o un conjunto de valores. Ahora bien, es importante destacar que las soluciones no dependen únicamente de la estructura algebraica, sino también del conjunto numérico en el que se trabaja. En este artículo, las ecuaciones e inecuaciones se

[5] Siguiendo a Molina (2010), entendemos que la idea de estructura se refiere al "conjunto de términos que componen la expresión, los signos que los relacionan, el orden de los diferentes elementos y las relaciones que existen entre ellos" (p. 4).

abordan principalmente considerando el conjunto de los números naturales (incluido el cero), lo que implica interpretar las soluciones dentro de este conjunto y no en el conjunto de los números reales en general. Así, una inecuación que en los números reales tendría infinitas soluciones, puede, en este contexto, reducirse a un único valor (por ejemplo, $2x+1<3$ tiene por solución $x<1$, en nuestro caso x solo puede ser 0).

Historias matemáticas

Las historias matemáticas son una herramienta poderosa para dar significado a las expresiones algebraicas, ya que permiten conectar el lenguaje simbólico con situaciones cercanas al alumnado mediante el uso del lenguaje natural, ya sea oral o escrito (Pinto et al., 2023; Radford, 2022). En el aula, es habitual pedir al alumnado que traduzcan estas historias al lenguaje algebraico o viceversa, construyendo un relato a partir de una expresión simbólica. Por ejemplo, una historia matemática puede ser: "Ignacia tiene 35 libros y presta algunos. Ahora, en su librero solo tiene 15". La ecuación que representa la situación sería $35-x=15$. En el ejemplo, la cantidad desconocida se expresa como "algunos", lo que permite dar significado a la incógnita en un contexto familiar en el que la x será una cantidad que no se conoce, y las cantidades conocidas se expresan tal como se muestra en la historia: 35 y 15.

Ahora bien, en muchos casos estas historias se presentan únicamente a través del lenguaje verbal, tanto en el aula como en los libros de texto. La investigación ha mostrado que este tipo de presentación puede limitar y restringir la forma en que el alumnado traduce la información al lenguaje algebraico, siendo las traducciones únicas y condicionadas a cómo se presenta en la narrativa (Coquin-Viennot y Moreau, 2003), tal como se muestra en el ejemplo.

Las historias con apoyo visual se presentan como una alternativa especialmente potente. Al incorporar imágenes, diagramas u otras representaciones a las historias, no solo se amplían las formas de interpretar una misma situación, sino que también se favorece la reflexión sobre la equivalencia entre distintas expresiones. Tal como señala Arcavi (2003), la visualización cumple un papel central en el aprendizaje matemático: permite comprender

mejor los conceptos, apoyar la formulación de conjeturas, facilitar la comunicación de ideas y ofrecer nuevas formas de acceder a las relaciones matemáticas. No se trata únicamente de "ver" las matemáticas, sino de utilizarlas como una herramienta para pensar.

En este sentido, las representaciones visuales ayudan al alumnado a percibir estructuras que pueden pasar desapercibidas en el lenguaje simbólico o verbal, favoreciendo una comprensión más profunda y flexible. Además, actúan como verdaderas "entidades de confianza", ya que permiten apoyarse en lo que se observa para construir argumentos y justificar por qué distintas expresiones pueden representar una misma situación (Pacheco-Cáceres et al., 2025). Así, el uso de lo visual no solo enriquece la comprensión, sino que también abre la puerta a un trabajo más significativo, estructural y fundamentado del álgebra.

Cuando las matemáticas se pueden ver: una propuesta de enseñanza

Las historias matemáticas que aquí se presentan fueron planteadas a estudiantes de 4.º y 5.º de primaria (9 a 11 años) de una escuela pública de la comuna de Santa Cruz en la región de O'Higgins (Chile). Para cada historia se incluirán ejemplos de respuestas de estudiantes y se realizará un análisis didáctico de estas.

Historias sobre ecuaciones

Comenzamos con historias sobre ecuaciones por su cercanía con los problemas aritméticos habituales. La Figura 1 presenta la primera historia matemática propuesta al grupo: el problema de la caja de lápices, diseñado para favorecer la identificación de distintas formas de expresar una misma cantidad y la reflexión sobre la equivalencia entre expresiones. Por ejemplo, en el primer recuadro podían reconocer que hay 15 lápices, pero también representarlos como $6 \cdot 2+3$ o $2+2+2+2+2+2+3$. Aunque las expresiones son diferentes, todas representan la misma cantidad, lo que contribuye al desarrollo del sentido estructural, al centrarse en las relaciones entre las cantidades más que en el cálculo.

La cantidad desconocida se representa mediante una caja y se verbaliza como "otros" lápices, introduciendo la incógnita de forma

accesible. Al tratarse de una primera aproximación, se pidió al alumnado seleccionar la expresión correcta entre varias opciones o proponer una propia, favoreciendo así la exploración y la comparación de representaciones equivalentes para una misma situación.

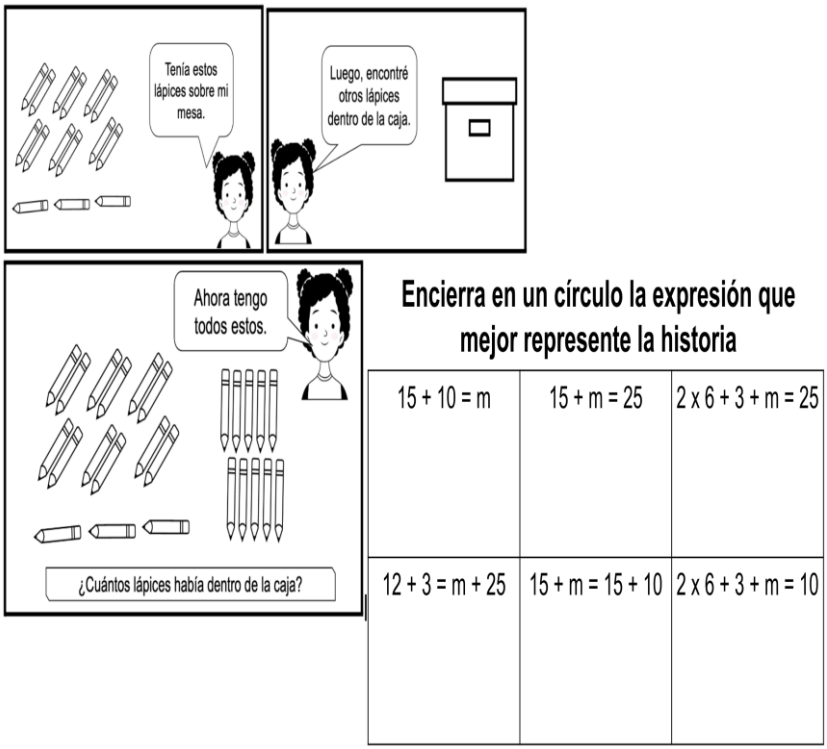


Figura 1. El problema de la caja de lápices – Ejemplo de historia de ecuación

Como era de esperar, al enfrentarse por primera vez a este tipo de problemas, surgen dudas sobre la necesidad de usar letras y de abandonar la escritura aritmética vertical habitual. En la Figura 2 se observa que algunos estudiantes identificaron correctamente expresiones equivalentes (en A), mientras que otros propusieron expresiones más cercanas al trabajo aritmético, omitiendo el uso de la incógnita (En B y C).

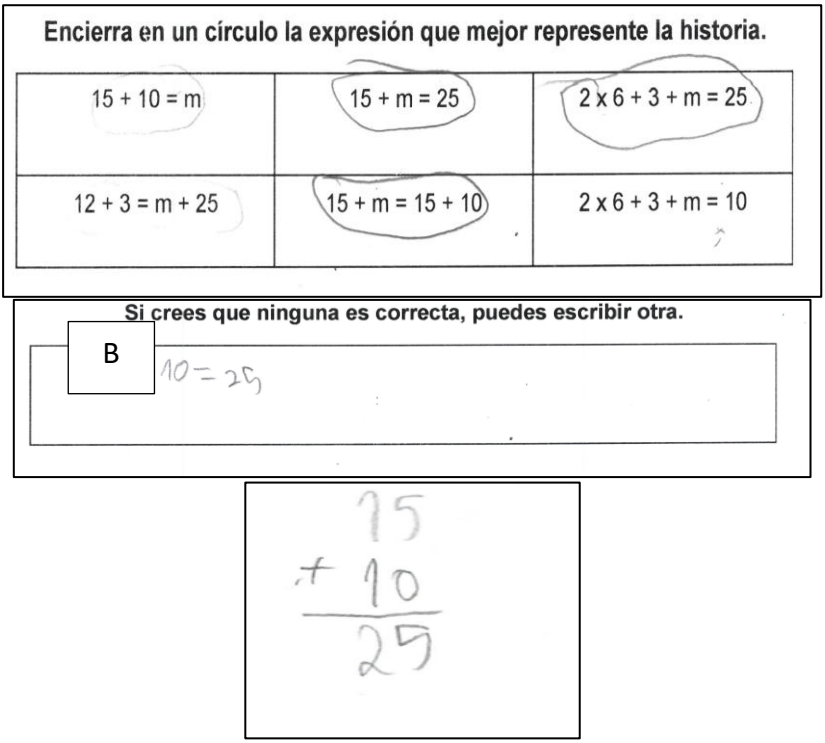


Figura 2. El problema de las cajas – Ejemplo de respuesta de estudiantes

La siguiente historia, *Los tesoros de la pirata*, puede representarse con ecuaciones como $x+12=22$ o $x+3\cdot3+3=3\cdot5+7$ (Pacheco-Cáceres et al., 2025). La historia mantiene el carácter visual de la tarea anterior, pero exige más: ahora el alumnado debe generar al menos dos formas de representar la situación. Esta variación desplaza el foco desde el reconocimiento hacia la producción de expresiones equivalentes.

Las respuestas del alumnado sugieren que la historia de los lápices favoreció la comprensión de que una misma historia puede representarse de diferentes maneras equivalentes y que las cantidades desconocidas pueden expresarse mediante letras. En la Figura 3 se observa cómo el alumnado propone distintas expresiones, utilizando diversas letras para representar incógnitas y demostrando una interpretación flexible de las cantidades conocidas, ya sea como un total o a través de su descomposición. Este tipo de producciones evidencia el desarrollo del sentido estructural, al reconocer y generar distintas formas equivalentes de

una misma situación, así como el uso de diversas representaciones algebraicas para expresar relaciones entre cantidades.

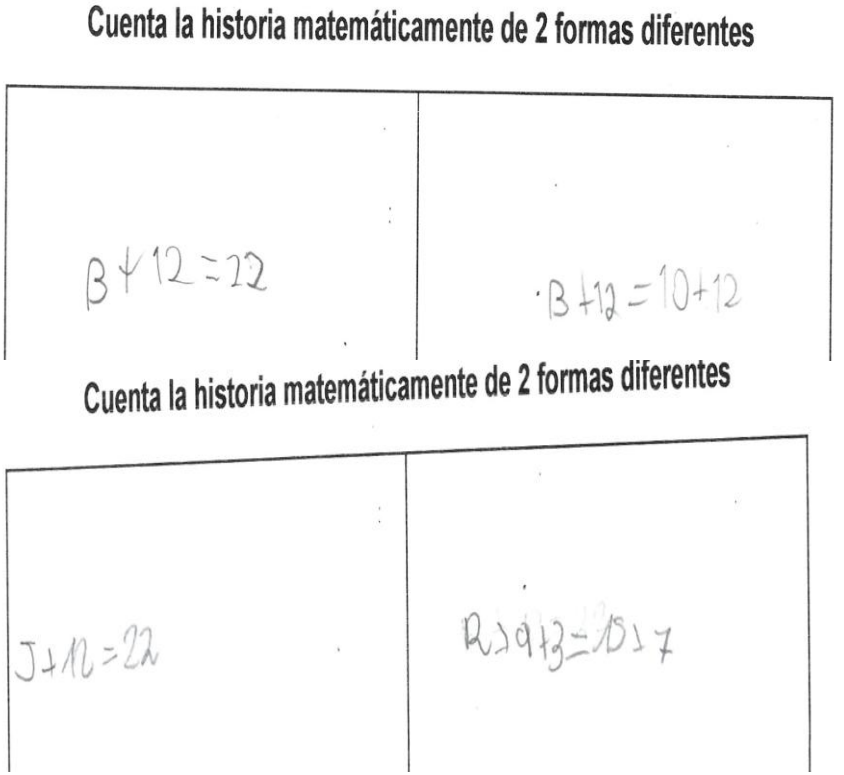


Figura 3. El problema de Los tesoros de la pirata– Ejemplo de respuesta de estudiantes

En el aula no solo se trabajó por escrito estos problemas, también se crearon instancias de discusión en las que se pudo llegar a acuerdos, resolver dudas, discutir cuál era la solución de cada problema y justificar los motivos por los que creían que cada expresión era correcta. El argumento común fue mostrar dónde estaba cada elemento de las ecuaciones en las imágenes. Este par de problemas constituyen un ejemplo de cómo la ecuación puede dejar de entenderse únicamente como un procedimiento para "despejar", y pasar a concebirse como una forma de modelar y dar sentido a una situación, en la que distintas expresiones pueden ser equivalentes y justificables desde sus propiedades o estructura.

Historias sobre inecuaciones

El siguiente grupo de historias se centró en las inecuaciones. Habitualmente, el alumnado trabaja las relaciones de desigualdad solo en contextos de comparación, sin llegar a modelar situaciones mediante inecuaciones, ya que los problemas suelen resolverse exclusivamente con igualdades. Por ello, la primera tarea vuelve a plantear la selección de la expresión que representa la historia mostrada entre varias expresiones propuestas, que incluyen tanto desigualdades equivalentes como alguna igualdad, con el fin de promover la reflexión sobre cuándo utilizar una u otra según el contexto.

En el problema presentado en la Figura 4, la cantidad desconocida se representa mediante una bolsa y se verbaliza como "otras" galletas. Las cantidades conocidas pueden interpretarse como un total o como agrupaciones, mientras que la relación de desigualdad se expresa mediante la frase "tiene menos galletas que", favoreciendo así la comprensión del significado de la desigualdad en contexto.

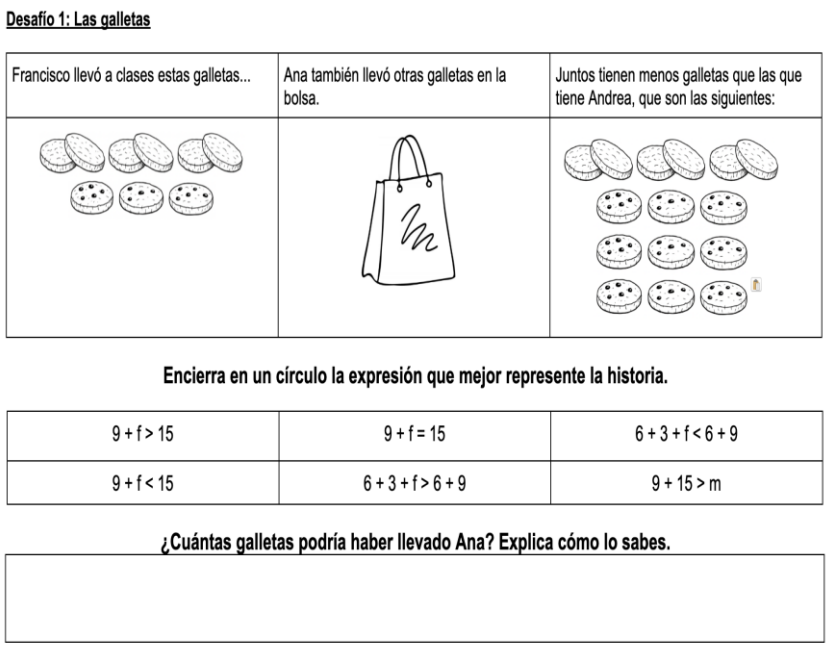


Figura 4. El problema de las galletas– Ejemplo de historia de inecuación

Entre las respuestas del alumnado, como era esperable, se observa que aceptan como correctas tanto expresiones de igualdad como de desigualdad, lo que evidenciaría dificultades para distinguir cuándo utilizar cada relación, así como para diferenciar los signos > y <. Además, tienden a proponer una única solución al problema. A pesar de estas dificultades, el alumnado logra representar cantidades indeterminadas y expresar las cantidades conocidas de distintas formas, ya sea como un total o mediante descomposiciones (como se observa en Figura 5B), lo que evidencia avances en la comprensión de la estructura de las expresiones. En algunos casos —como en la Figura 5A—, continúan justificando sus respuestas a partir del apoyo visual, lo que muestra la ayuda que les brinda este tipo de representación icónica para argumentar.

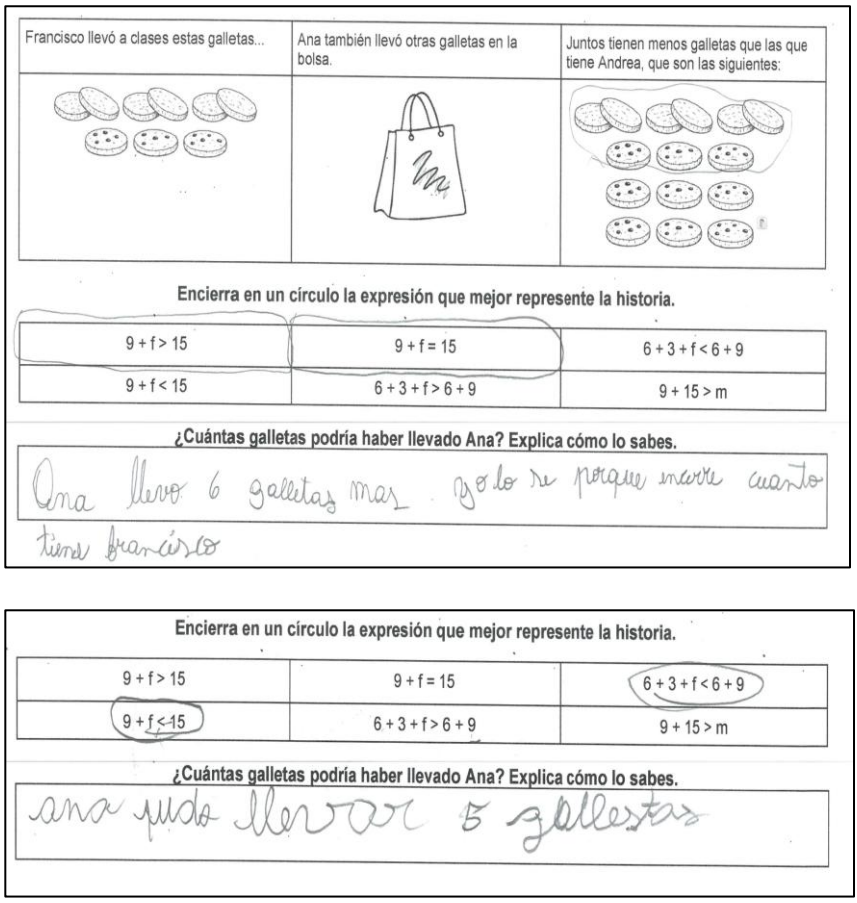


Figura 5. El problema de las galletas– Ejemplos de respuestas

Tras la discusión de las respuestas, se presentó una nueva historia en el que el alumnado debía proponer dos expresiones. En esta ocasión, se observaron avances: el estudiantado planteó expresiones equivalentes correctas y utilizó adecuadamente los símbolos de desigualdad. No obstante, la determinación del conjunto de soluciones siguió siendo un desafío, ya que en la mayoría de los casos proponían una única solución. En la Figura 6A se observa una respuesta en la que el estudiante establece una correspondencia explícita entre sus expresiones algebraicas y la situación planteada, mientras que en la Figura 6B comienzan a aparecer respuestas en las que se consideran múltiples soluciones.

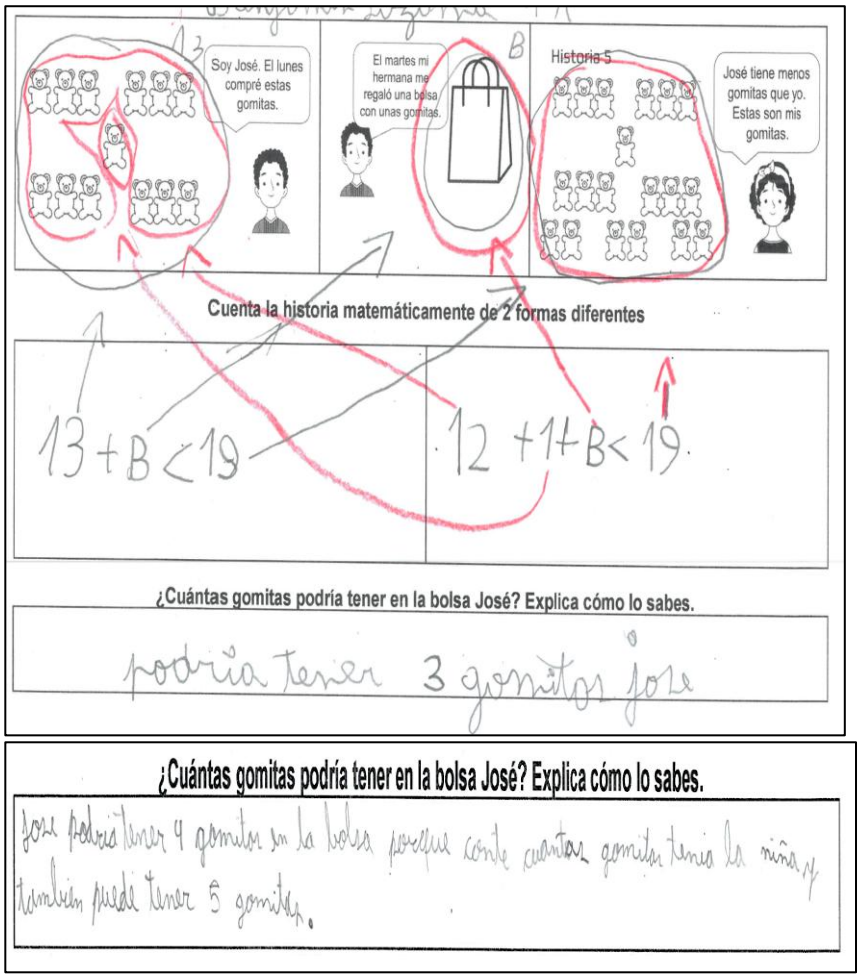
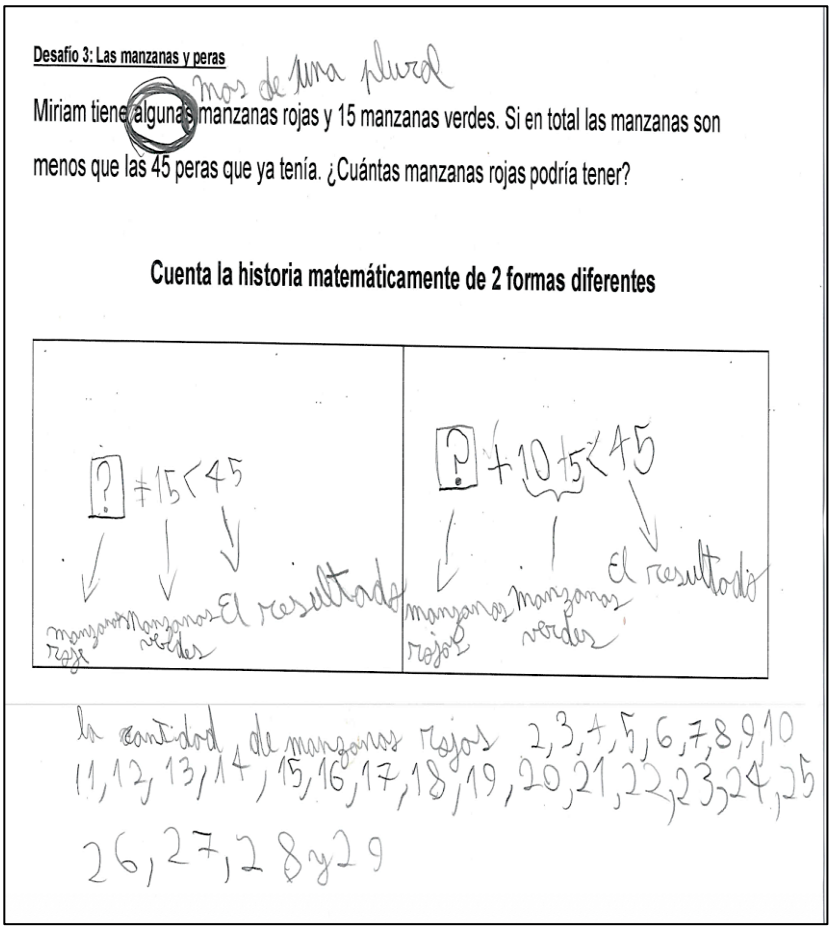


Figura 6. El problema de las gomitas– Ejemplos de respuestas

Finalmente, tras la discusión del problema anterior, se propuso una nueva tarea en formato verbal, sin apoyo visual. En la Figura 7 se presentan dos ejemplos de respuestas. En la Figura 7A se observa cómo el estudiante traduce la situación respetando la estructura del enunciado, pero además propone una expresión equivalente basada en la descomposición del número 15, evidenciando comprensión de la equivalencia entre expresiones. Asimismo, establece correspondencias explícitas entre los términos algebraicos y la situación, y avanza en la determinación del conjunto de soluciones, descartando el valor 1 al interpretar que la expresión "algunas" implica una cantidad mayor que uno.



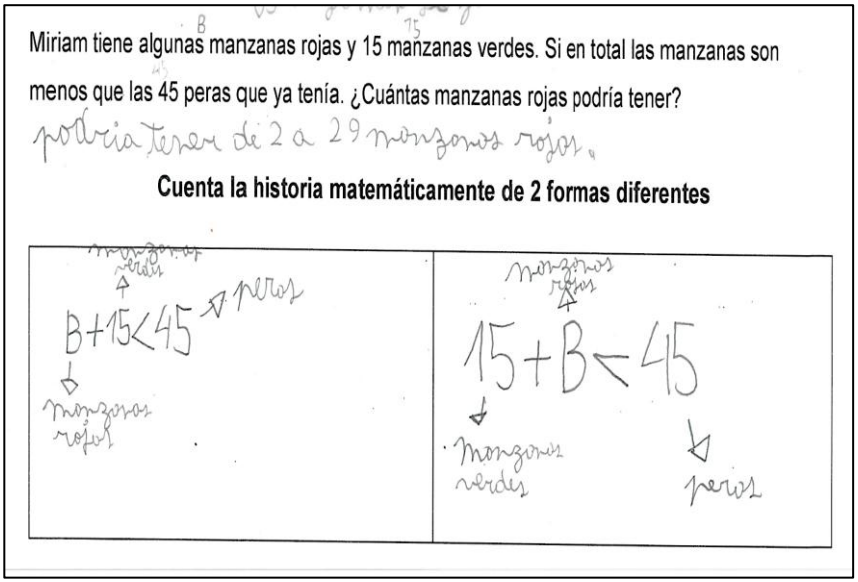


Figura 7. El problema de las manzanas– Ejemplos de respuestas

De forma similar, en la Figura 7B el estudiante utiliza la propiedad conmutativa para generar expresiones equivalentes, y propone un rango de soluciones acotado (entre 2 y 29), mostrando una comprensión inicial de la desigualdad como conjunto de valores posibles. Estos resultados evidencian avances en el desarrollo del pensamiento algebraico, particularmente en el reconocimiento de estructuras, la producción de expresiones equivalentes y la interpretación contextual de las soluciones. Asimismo, sugieren que el trabajo previo con problemas visuales favoreció la aceptación de múltiples representaciones.

Reflexiones Finales

Las historias presentadas, así como los ejemplos de respuestas del alumnado, evidencian el potencial de los problemas con apoyo visual para introducir ecuaciones e inecuaciones desde el significado, en coherencia con el enfoque del pensamiento algebraico. Estas tareas favorecen la comprensión de la igualdad y la desigualdad como relaciones, el reconocimiento de estructuras y la construcción e identificación de expresiones equivalentes, superando una visión

centrada únicamente en "despejar" (visión que no utilizamos en nuestro diseño de enseñanza).

El uso de representaciones visuales permite al alumnado identificar relaciones, justificar sus ideas y transitar desde formas informales hacia el lenguaje algebraico. Asimismo, trabajar con cantidades pequeñas y contextos accesibles facilita centrarse en el significado, apoyándose en estrategias intuitivas como el ensayo y error o la correspondencia, para luego avanzar hacia la generalización y la comprensión de las soluciones, especialmente en la distinción entre ecuaciones e inecuaciones.

Desde la formación docente, este trabajo ofrece una orientación clara: secuenciar la enseñanza desde lo visual y lo cercano hacia lo más formal, promoviendo la comparación, la justificación y la discusión en el aula. De este modo, se contribuye a formar docentes capaces de enseñar ecuaciones e inecuaciones como herramientas para pensar y modelar, y no solo como procedimientos a aplicar.

Agradecimientos.
Este trabajo se enmarca en los proyectos de investigación: FOVI240238 financiado por ANID y PID2024-157106NB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y FEDER, UE. Proyecto PID2020-113601GB-I00 y Ayuda PRE2021-097391 financiados por MCIN/AEI/10.13039/501100011033.

Referencias

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *52*(3), 215-241. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

Ayala-Altamirano, C. y Molina, M. (2021). El proceso de generalización y la generalización en acto. Un estudio de casos. *PNA*, *15*(3), 211-241. https://doi.org/10.30827/pna.v15i3.18109

Blanton, M. L., Brizuela, B. M., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A. M., Stroud, R., Fonger, N. L. y Stylianou, D. (2018). Implementing a framework for early algebra. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to-12-year-olds, ICME-13 Monographs* (pp. 27-49). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2

Blanton, M. L., Levi, L., Crites, T. y Dougherty, B. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5*. NCTM.

Coquin-Viennot, D. y Moreau, S. (2003). Highlighting the role of the episodic situation model in the solving of arithmetical problems. *European Journal of Psychology of Education*, *18*(3), 267-279. https://doi.org/10.1007/BF03173248

Kieran, C. (2022). The multi-dimensionality of early algebraic thinking: Background, overarching dimensions, and new directions. *ZDM – Mathematics Education*, *54*(6), 1131-1150. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01435-6

Kieran, C. y Martínez-Hernández, C. (2022). Structure sense at early ages: The case of equivalence of numerical expressions and equalities. En T. Rojano (Ed.), *Algebra structure sense development amongst diverse learners: Theoretical and empirical insights to support in-person and remote learning* (pp. 35-66). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003197867

Lloyd, G. M., Herbel-Eisenmann, B. A. y Star, J. R. (2011). *Developing essential understanding of expressions, equations, and functions for teaching mathematics in grades 6-8*. NCTM.

Molina, M. (2010). Una visión estructural del trabajo con expresiones aritméticas y algebraicas. *Suma*, *65*, 7-15. http://hdl.handle.net/10481/26080

Pacheco-Cáceres, E., Pérez-Martos, M. D. C. y Ayala-Altamirano, C. (2025). Introduciendo ecuaciones e inecuaciones a través de problemas aritméticos con apoyo visual. *Aula*, *31*, e32206. https://doi.org/10.14201/aula2025.32206

Pinto, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M. y Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en educación primaria. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, *41*(1), 149-173. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5835

Radford, L. (2018). The emergence of symbolic algebraic thinking in Primary School. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to-12-year-olds, ICME-13 Monographs* (pp. 3-25). Springer. http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-68351-5_1

Radford, L. (2022). Introducing equations in early algebra. *ZDM – Mathematics Education*, *54*(6), 1151-1167.

Rojano, T. (2022). Algebra structure sense: Conceptual approaches and elements for its development. En T. Rojano (Ed.), *Algebra structure sense development amongst diverse learners: Theoretical and empirical insights to support in-person and remote learning* (pp. 1-19). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003197867-1

Hacia una enseñanza de las matemáticas con perspectiva de género en la educación especial: orientaciones pedagógicas desde un enfoque interseccional

Natalia Valenzuela Flores

Palabras Clave: género; educación matemática; educación especial; interseccionalidad; inclusión

1. Introducción

En el imaginario escolar contemporáneo, las matemáticas suelen presentarse como un saber neutral, universal y objetivo, desvinculado de las condiciones históricas, culturales y políticas en las que se produce su enseñanza (Popkewitz, 2018). No obstante, diversas perspectivas en educación matemática han problematizado esta supuesta neutralidad, evidenciando que las prácticas pedagógicas asociadas a este campo participan activamente en la producción de criterios de capacidad y mérito en el aula (Bishop, 1990).

En este contexto, el género constituye una dimensión analítica valiosa para comprender las desigualdades que se configuran en la enseñanza de las matemáticas, en tanto influye en las expectativas docentes, en las formas de participación y en los procesos de reconocimiento de los y las estudiantes (Fennema, 2002; Leder, 2019; Leyva, 2017). Conjuntamente con lo anterior, estas dinámicas no operan de manera aislada, dado que actúan en articulación con otras dimensiones, como la discapacidad, la etnia o clase social, configurando experiencias educativas complejas que requieren ser abordadas desde una perspectiva interseccional (Butler, 2001; Collins, 2000; Crenshaw, 1991). Por ejemplo, una estudiante con discapacidad intelectual puede experimentar menores oportunidades de participación en una clase de matemáticas no tan solo por las expectativas asociadas a su diagnóstico, sino también

por estereotipos de género que tienden a subestimar su desempeño en áreas tradicionalmente masculinizadas, como la resolución de problemas matemáticos.

En contextos de educación especial, este cruce es relevante, en tanto las prácticas pedagógicas se despliegan en escenarios donde la diversidad es una condición constitutiva. No obstante, tal como señala Foucault (2001), los dispositivos institucionales operan simultáneamente como mecanismos de inclusión y de normalización, produciendo sujetos reconocibles bajo determinados discursos de verdad. En este marco, las políticas de inclusión, distantes de disolver las jerarquías, pueden coexistir con formas sutiles de regulación que restringen la participación efectiva (Slee, 2011; Popkewitz, 2018). Esta experiencia se intensifica en aquellos sujetos situados en la intersección entre género y discapacidad, cuya experiencia queda frecuentemente invisibilizada dentro de los marcos hegemónicos de reconocimiento (Crenshaw, 1991), evidenciando que no todos los cuerpos ni todas las subjetividades (Butler, 2001) son igualmente reconocidas para participar, ser escuchadas o legitimadas en el espacio pedagógico.

El propósito de este capítulo es ofrecer orientaciones pedagógicas para abordar el género en la enseñanza de las matemáticas en contextos de educación especial, desde un enfoque crítico e interseccional, que permita avanzar hacia prácticas más justas e inclusivas aportando elementos concretos para la formación inicial del profesorado que enseñan matemáticas**.**

2. Orientaciones pedagógicas

2.1 Reconocer la dimensión sociopolítica de la enseñanza de las matemáticas

El profesorado debe comprender que la enseñanza de las matemáticas no constituye un proceso neutral ni exclusivamente cognitivo, sino una práctica atravesada por relaciones de poder (Foucault, 1978) que organizan la participación, el reconocimiento y la distribución de oportunidades en el aula. En este sentido, se vuelve fundamental problematizar las formas en que se definen los criterios de la capacidad matemática, atendiendo a su carácter histórico y socialmente construido (Popkewitz, 2018; Valero et al.,

2015). En la formación inicial docente, esto implica promover espacios de análisis crítico de las prácticas de enseñanza, donde futuros docentes puedan identificar cómo estas nociones operan en situaciones concretas de aula. Por ejemplo, a partir del análisis de registros de clase, es posible evidenciar que el profesorado tiende a legitimar con mayor rapidez aquellas respuestas que se ajustan a procedimientos formales y convencionales, mientras que otras formas de resolución – basadas en representaciones gráficas, explicaciones no verbales o estrategias no estandarizadas – son escasamente reconocidas o valoradas (Radford, 2014). Del mismo modo, puede observarse cómo ciertos estudiantes son posicionados de manera reiterada como competentes en matemáticas, concentrando las oportunidades de participación, en contraste con otros que quedan relegados en roles periféricos dentro de la dinámica pedagógica.

2.2 Visibilizar las dinámicas de género en la interacción pedagógica

El profesorado debe desarrollar una mirada reflexiva sobre las interacciones en el aula, identificando posibles sesgos de género en la distribución de la palabra, en las formas de retroalimentación y en las expectativas de logro. Esto implica analizar críticamente quiénes participan, quiénes son interpelados y cómo se configuran las oportunidades de aprendizaje, reconociendo que el género opera como un principio organizador de la experiencia educativa (Fennema, 2002; Leyva, 2017). En contextos formativos, este análisis puede trabajarse mediante el uso de registros de clase, videos o relatos pedagógicos que permitan al profesorado reconocer patrones de interacción que, muchas veces, pasan inadvertidos en la práctica cotidiana. Por ejemplo, es posible reconocer la reiteración sistemática de ciertas prácticas, tales como dirigir de manera recurrente la palabra a los mismos estudiantes, interrumpir o reformular con mayor frecuencia las intervenciones de algunos y no de otros, o validar preferentemente aquellas respuestas que se ajustan a procedimientos formales en desmedro de otras formas de representación. De igual forma, pueden evidenciarse patrones en la asignación de roles dentro de la actividad matemática, donde ciertos estudiantes son posicionados de manera recurrente como

participantes centrales en la resolución de problemas, mientras que otros son designados en posiciones periféricas.

2.3 Diversificar las formas de participación y representación matemática

Las prácticas tradicionales en matemáticas tienden a privilegiar formas específicas de desempeño, como la rapidez en la respuesta, el uso del lenguaje simbólico y la obtención de resultados correctos. Estas formas, al no ser neutrales, pueden favorecer a ciertos estudiantes por sobre otros. Se propone, en cambio, promover múltiples formas de representación – gráficas, corporales, materiales, verbales y no verbales – que permitan al estudiantado expresar su pensamiento matemático desde sus propias posibilidades, reconociendo el carácter corporal y contextual del aprendizaje (Duval, 2006; Radford, 2014, 2020; Merleau-Ponty, 1962). Por ejemplo, un mismo problema puede resolverse mediante material concreto, dibujos o explicaciones orales o gestuales. En la formación docente, esto implica diseñar y analizar tareas que admitan múltiples formas de resolución, valorando la diversidad de estrategias. Su gestión en el aula requiere, además, la implementación de condiciones pedagógicas que posibiliten dicha diversidad, tales como la explicitación de que existen múltiples formas válidas de resolver una tarea, la apertura de espacios de socialización de procedimientos diversos y la validación equitativa de las distintas producciones estudiantiles. En la misma línea, el profesorado puede organizar instancias de trabajo colaborativo donde los y las estudiantes comparen y discutan sus estrategias, promoviendo así la circulación de distintos modos de pensamiento matemático y evitando la jerarquización de una única forma legítima de resolución.

2.4 Cuestionar las interpretaciones deficitarias de la diferencia

En contextos de educación especial, las diferencias en el aprendizaje suelen ser interpretadas desde un enfoque deficitario, lo que puede reforzar expectativas reducidas, primordialmente hacia estudiantes que se sitúan en la intersección entre género y discapacidad. Se propone problematizar estas interpretaciones,

reconociendo que las necesidades de aprendizaje no residen exclusivamente en los sujetos, sino también en las condiciones pedagógicas que estructuran el aula (Canguilhem, 2005; Oliver, 2018). Para la formación inicial docente, esto implica revisar críticamente los discursos sobre las necesidades de aprendizaje, promoviendo una comprensión compleja y contextual que considere tanto las condiciones del aula como las prácticas pedagógicas que configuran dichas necesidades. Por ejemplo, ante un estudiante que experimenta necesidades en la resolución de problemas matemáticos mediante el uso de procedimientos formales estandarizados, propios de la enseñanza escolar, en lugar de atribuir dicha situación exclusivamente a un desafío individual, el profesorado puede problematizar las condiciones didácticas en las que se inscribe la tarea, analizando en qué medida los modos de presentación del contenido, los recursos utilizados o las formas de mediación pedagógica están restringiendo sus posibilidades de participación y comprensión. Desde esta perspectiva, el desafío deja de ser concebido como una propiedad inherente al sujeto para ser entendida como un efecto de la relación entre las formas de aprendizaje del estudiante y las condiciones pedagógicas que estructuran la actividad matemática.

2.5 Diseñar tareas matemáticas abiertas e inclusivas

El diseño de tareas constituye un elemento central en la configuración de oportunidades de aprendizaje. Se recomienda utilizar problemas abiertos que admitan múltiples formas de resolución, favoreciendo la participación de todo el estudiantado y reduciendo la jerarquización entre ellos. Este tipo de tareas promueve la creatividad, la autonomía y el reconocimiento de diversas formas de pensamiento matemático (Felmer et al., 2019). En la formación inicial docente, esto supone que los docentes aprendan a diseñar, adaptar y analizar tareas matemáticas considerando criterios de apertura, accesibilidad y diversidad de estrategias. El diseño de tareas matemáticas constituye un elemento central en la configuración de oportunidades de aprendizaje equitativas. En este sentido, se recomienda priorizar problemas abiertos que admitan múltiples formas de resolución, favoreciendo la participación de todo el estudiantado y evitando la jerarquización

basada en un único procedimiento válido. Este tipo de tareas promueve la creatividad, la autonomía y el reconocimiento de diversas formas de pensamiento matemático (Felmer et al., 2019), al tiempo que permite que estudiantes con distintos ritmos de aprendizaje accedan al contenido desde diferentes puntos de entrada. En la formación inicial docente, esto implica que los futuros profesores desarrollen la capacidad de diseñar, adaptar y analizar tareas considerando criterios de apertura, accesibilidad y diversidad de estrategias, anticipando respuestas posibles y valorando tanto los procesos como los resultados. Por ejemplo, se puede proponer una tarea del tipo: "Se tienen 36 objetos. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden organizar formando filas y columnas? Representa cada una de las formas posibles y explica tu procedimiento". Una de las soluciones posibles consiste en organizar los objetos en forma rectangular de 6 filas por 6 columnas, lo que permite visualizar una estructura cuadrada; sin embargo, también es posible construir otras organizaciones rectangulares, como 4×9, 3×12 o 2×18, lo que conduce a explorar las distintas descomposiciones del número 36 en términos de sus factores. De este modo, la tarea además de admitir múltiples representaciones (mediante material concreto, dibujos, tablas o expresiones numéricas) también abre la posibilidad de que los estudiantes expliquen sus razonamientos desde diversos registros, fortaleciendo una comprensión más amplia e inclusiva de la matemática.

2.6 Promover interacciones pedagógicas equitativas

El aula debe configurarse como un espacio de interacción donde se distribuyan de manera equitativa las oportunidades de participación. Esto implica que el profesorado favorezca la circulación de la palabra, promueva el trabajo colaborativo y evite la asignación de roles pasivos a ciertos estudiantes. Desde una perspectiva foucaultiana, esto supone tensionar las formas tradicionales de ejercicio del poder en el aula, avanzando hacia relaciones más horizontales (Foucault, 2001). Por ejemplo, el uso de dinámicas grupales estructuradas o la asignación rotativa de roles puede contribuir a diversificar la participación. En la formación inicial docente, estas estrategias pueden ser practicadas y analizadas colectivamente. Por ejemplo, se puede implementar una dinámica

de trabajo en pequeños grupos donde a cada integrante se le asigna un rol específico – quien explica el procedimiento, quien registra las ideas, quien formula preguntas o quien presenta la solución al grupo curso –, los cuales son rotados sistemáticamente entre los y las integrantes. Este tipo de organización favorece una distribución más equitativa de las oportunidades de participación, al tiempo que evita la concentración de la actividad matemática en determinados estudiantes, promoviendo el involucramiento activo y la co-construcción del conocimiento en el aula.

2.7 Incorporar una perspectiva interseccional en la práctica docente

El abordaje del género en la enseñanza de las matemáticas requiere considerar su articulación con otras dimensiones, como la discapacidad. Desde una perspectiva interseccional, es posible comprender cómo se configuran formas complejas de desigualdad en el aula, evitando análisis reduccionistas que invisibilicen estas interacciones (Collins, 2000; Crenshaw, 1991; Butler, 2001). En la formación inicial docente, esto implica desarrollar herramientas analíticas que permitan explorar situaciones de enseñanza desde múltiples dimensiones, tales como el análisis de registros de clase, la construcción de matrices de observación o el uso de categorías analíticas orientadas a identificar quiénes participan, cómo participan y bajo qué condiciones. Por ejemplo, a partir del análisis de un video de clase, los y las docentes en formación pueden registrar qué estudiantes intervienen o participan con mayor frecuencia, qué tipo de tareas se les asigna, cómo son retroalimentadas sus respuestas y de qué manera variables como el género y la discapacidad inciden en dichas interacciones. Este tipo de herramientas permite evidenciar patrones que no son inmediatamente visibles y comprender cómo se entrelazan distintas dimensiones en la configuración de las oportunidades de aprendizaje en el aula.

2.8 Desarrollar una práctica docente reflexiva y crítica

Se propone que el profesorado asuma una actitud reflexiva respecto de su propia práctica, interrogando los supuestos que

orientan la enseñanza de las matemáticas, concretamente en relación con la noción de capacidad, normalidad y desempeño esperado. Este ejercicio resulta relevante para avanzar hacia una pedagogía que además de incluir, transforme las condiciones de enseñanza desde una perspectiva de justicia educativa (Popkewitz, 2018; Valero, 2018). En este marco, la formación inicial docente debe incorporar espacios sistemáticos de reflexión pedagógica orientados al análisis de la práctica, donde los y las docentes en formación puedan problematizar sus decisiones didácticas a partir de evidencias empíricas. Por ejemplo, mediante el análisis de registros de clase, es posible identificar patrones en la distribución de las intervenciones docentes, tales como la asignación diferenciada de preguntas en función de expectativas implícitas sobre el desempeño estudiantil. A partir de este ejercicio analítico, se favorece la reconstrucción de la práctica, mediante el diseño de estrategias que diversifiquen las oportunidades de participación y cuestionen los supuestos que sustentan dichas decisiones. De este modo, la reflexión pedagógica se configura como un proceso sistemático, crítico y contextual, orientado a la transformación consciente de las condiciones en que se produce la enseñanza y el aprendizaje.

Reflexión final

Trabajar el género en la enseñanza de las matemáticas en contextos de educación especial más que abordar la incorporación de estrategias didácticas diferenciadas, exige una transformación profunda en la comprensión misma de lo educativo. Esto implica reconocer que el aula está lejos de constituirse como un espacio neutral, configurándose más bien como un entramado relacional en el que se producen, reproducen y disputan relaciones de poder que modelan las posibilidades de participación, reconocimiento y constitución subjetiva de las y los estudiantes.

Desde esta perspectiva, avanzar hacia una pedagogía de la diferencia supone un posicionamiento epistemológico y político, pues, no se trata de ajustar al estudiantado a un orden normativo predefinido, más bien, supone interrogar críticamente las condiciones de producción de dicha norma (Bourdieu y Passeron,1970). Este giro permite abrir el espacio pedagógico a formas plurales de existencia y aprendizaje, donde la diversidad deja

de ser concebida como déficit o desviación, para ser reconocida como condición constitutiva, productiva y legítima del acto educativo. Así, la incorporación de una perspectiva de género e interseccional además de enriquecer la comprensión de los procesos educativos, constituye una condición fundamental para avanzar hacia una educación matemática más justa y democrática.

Agradecimientos: Este trabajo se enmarca en el Fondecyt Regular 1261710 y en el FOVI240238, ambos financiados por ANID. Además agradecemos a Becas Chile Folio 21250231.

Referencias

Bishop, A. J. (1990). Western mathematics: The secret weapon of cultural imperialism. *Race y Class*, 32(2), 51-65.

Bourdieu, P. y Passeron, J. C. (1970). *La reproducción: Elementos para una teoría del sistema educativo*. Siglo XXI Editores.

Butler, J. (1990). *El género en disputa: El feminismo y la subversión de la identidad*. Paidós Ibérica.

Canguilhem, G. (2005). *Lo normal y lo patológico*. Siglo XXI.

Collins, P. H. (2000). *Black feminist thought: Knowledge, consciousness, and the politics of empowerment (2nd ed.)*. Routledge.

Crenshaw, K. (1991). Mapping the margins: Intersectionality, identity politics, and violence against women of color. *Stanford Law Review*, 43(6), 1241-1299.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103-131.

Felmer, P., Liljedahl, P. y Koichu, B. (Eds.). (2019). *Problem solving in mathematics instruction and teacher professional development*. Springer.

Fennema, E. (2002). *Mathematics, gender and research*. En G. Kaiser, E. Luna, y I. Huntley (Eds.), *International comparisons in mathematics education* (pp. 9-26). Falmer Press.

Foucault, M. (1978). *Discipline and punish: The birth of the prison*. Pantheon Books.

Foucault, M. (2001). *L'herméneutique du sujet: Cours au Collège de France (1981–1982)*. Gallimard/Seuil.

Leder, G. C. (2019). Gender and mathematics: An overview. En G. Kaiser y N. Presmeg (Eds.), *Compendium for early career researchers in mathematics education* (pp. 289-308). Springer.

Leyva, L. A. (2017). Unpacking the male superiority myth and masculinization of mathematics at the intersections: A review of research on gender in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(4), 397-433.

Merleau-Ponty, M. (1960). *Sur la phénoménologie du langage*. En Éloge de la philosophie et autres essais (pp. 83-111). Gallimard.

Oliver, M. (2018). *Understanding disability: From theory to practice*. Bloomsbury.

Popkewitz, T. S. (Ed.). (2018). *Critical studies in teacher education: Its folklore, theory and practice*. Routledge.

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 257-277.

Radford, L. (2020). Play and the production of subjectivities in preschool mathematics. En M. Carlsen, I. Erfjord, y P. Hundeland (Eds.), *Mathematics education in the early years* (pp. 43-60). Springer

Slee, R. (2011). *The irregular school: Exclusion, schooling and inclusive education*. Routledge.

Valero, P. (2018). Human capitals: School mathematics and the making of the homus oeconomicus. *Journal of Urban Mathematics Education*, 11(1-2).

Valero, P., Andrade-Molina, M. y Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: De la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 7-20.

Diversificar la enseñanza en clases de matemáticas

Juan Luis Piñeiro

Palabras Clave: diversificación; humanización de las matemáticas; inclusión; matemáticas escolares.

Introducción

En los últimos años se ha vuelto común escuchar que las aulas están compuestas con perfiles de estudiantes más diversos. Esta premisa puede deberse a diversas razones, desde una mayor visibilización, hasta una mayor presencia de estudiantes con estas características debido a las iniciativas legales que obligan a los sistemas educativos a incorporar a un espectro más amplio de estudiantes. Cualquiera sea el caso, el profesorado se ha visto obligado a cambiar sus estrategias de enseñanza para afrontar las diversidades presentes en sus aulas.

Una de las estrategias que mayor atención a generado es la diversificación de la enseñanza. La investigación en educación matemática muestra de manera consistente que la diversificación de la enseñanza no es solo deseable, sino necesaria para garantizar un acceso equitativo al conocimiento matemático (Pozas y Schneider, 2019). Estudios recientes evidencian que el estudiantado no sigue trayectorias homogéneas de aprendizaje, sino que presentan diferencias significativas en sus formas de comprender, representar y comunicar ideas matemáticas, lo que exige una enseñanza capaz de adaptarse a esta variabilidad. En este contexto, la diversificación permite remirar las oportunidades de participación en prácticas matemáticas significativas, particularmente a través del uso de múltiples representaciones, distintos niveles de complejidad en las tareas y variadas formas de interacción discursiva. Sin embargo, esto debe hacerse desde una perspectiva que respete la capacidad inherente de pensar que tenemos cada uno de nosotros y nosotras. En definitiva, sostenemos que la diversificación, cuando se realiza

en un marco de humanización de las matemáticas (Tan et al., 2020) es clave, pues no se limita a ajustar la enseñanza a diferencias individuales, sino que posibilita mantener la integridad del conocimiento matemático al tiempo que amplía las formas de acceso, participación y construcción de significado para todo el estudiantado. No obstante, qué se entiende por diversificación de la enseñanza y qué implica esto para una enseñanza de las matemáticas es un tema abierto.

En ese contexto, este capítulo tiene por objetivo discutir qué se entiende por diversificación de la enseñanza de las matemáticas respetando la capacidad inherente de pensar del estudiantado con necesidades educativas especiales.

Enseñanza diversificada

Existen diferentes aproximaciones a qué se entiende por enseñanza diversificada, sin embargo, una descripción unificadora tendería a comprenderla como un término genérico que engloba cualquier práctica docente que permita al profesorado un abordaje pertinente de la diversidad del estudiantado y, de este modo, favorecer su aprendizaje. Esta idea ha sido llevada a la práctica de variadas formas, no obstante, existen tres enfoques que han tomado mayor visibilidad (Pozas y Schneider, 2019). El primer enfoque es propuesto por Tomlison (2005) y señala que la diversificación de la enseñanza se debería aplicar en lo que respecta: (a) al contenido o la materia que debe impartirse; (b) el proceso, que describe las actividades de aprendizaje adaptadas a los alumnos, y (c) el producto, es decir, las evaluaciones en las que los alumnos demuestran su capacidad para aplicar los nuevos conocimientos. El segundo enfoque propuesto por Hall (2002) identifica la evaluación formativa previa como el punto de partida para la diversificación de la enseñanza. La información recopilada en dichas evaluaciones formativas puede utilizarse entonces para decidir cómo (a) diferenciar en función del ritmo de aprendizaje, los conocimientos, la comprensión y el interés del estudiantado y para (b) planificar el contenido, el proceso y el producto. Finalmente, el tercer enfoque de Lawrence-Brown (2004) se centra en dos objetivos: (a) maximizar la probabilidad de que los alumnos alcancen los estándares

curriculares de su nivel, y (b) adaptar los planes de estudios para los alumnos con mayores dificultades.

Partiendo de estas ideas, Pozas y Schneider (2019) realizan una sistematización que recoge de manera concreta categorías y prácticas de aula concretas para la diversificación. Dicha caracterización se organiza en torno a 6 categorías, cada una con su descripción, intención y prácticas de aula, y que son descritas en lo que sigue.

Tareas niveladas

Descripción: variación cualitativa y/o cuantitativa de los materiales y las tareas en función del nivel de dificultad, la complejidad, el resultado, el proceso, el producto y/o los recursos.
Intención: cada estudiante trabaja en una tarea adaptada a sus propias necesidades.

Prácticas de aula:

- Asignar tareas adicionales a estudiantes con mejor rendimiento.
- Asignar tareas menos complejas al estudiantado con menor rendimiento.
- Diseñar tareas con distintos niveles de complejidad.
- El estudiantado más rápido puede pasar a la siguiente tarea.

Composición intencionada de los grupos de trabajo del estudiantado

Descripción: creación de grupos de estudiantes claramente homogéneos o heterogéneos en función de nivel sus aprendizajes, la preparación, los intereses, etc.

Intención: cuando la agrupación es heterogénea, el estudiantado con mayor nivel ayuda a los que tienen un rendimiento más bajo dentro de los grupos; por su parte, cuando la agrupación es homogénea, el profesorado se centra en estudiantes con menor nivel, mientras que estudiantes con mayor nivel trabajan en su propio grupo.

- En función de las intenciones del profesorado, se forman grupos homogéneos o heterogéneos.
- Sin descuidar las necesidades sociales, el profesorado debe planificar y reflexionar sobre la mejor manera de distribuir a estudiantes en los grupos.
- Cuando se trabaja con grupos homogéneos, el profesorado centra su atención en el grupo con menor rendimiento.
- Especialmente en el caso de la agrupación homogénea, el profesorado debe adaptar los materiales en función del sistema de agrupación.

Sistemas de tutoría dentro del grupo de aprendizaje

Descripción: el estudiantado con mayor nivel de desarrollo en su aprendizaje asume el papel de ayudante del o la profesora, y tutorizan a otros estudiantes. Esta función puede establecerse a largo plazo.

Intención: tanto estudiantes con alto rendimiento como los de bajo rendimiento pueden beneficiarse de la tutoría: estudiantes con bajo rendimiento pueden recibir otras ayudas. Estudiantes con alto rendimiento profundizan su propio aprendizaje.

Prácticas de aula:

- El profesorado debe seleccionar cuidadosamente a estudiantes con mayor capacidad, al mismo tiempo que les proporciona una formación adecuada.
- El profesorado debe definir claramente las funciones tanto de los tutores como de estudiantes a los que se imparte la tutoría.
- El profesorado debe crear un ambiente de aprendizaje productivo para todo el estudiantado.

Ayudas de aprendizaje no verbales escalonadas

Descripción: serie de ayudas didácticas cuidadosamente diseñadas que varían en su nivel de complejidad. Las ayudas didácticas deben contener únicamente la información mínima necesaria para que el estudiantado supere un obstáculo.

Intención: el estudiantado tiene la posibilidad de acceder a ayudas no verbales cuando se enfrentan a dificultades o retos.

Prácticas de aula:

- Basándose en su experiencia, los profesores deben reflexionar sobre los procesos de aprendizaje del estudiantado e identificar aquellas áreas en las que estos podrían tener dificultades.
- Los profesores diseñan recursos didácticos que incluyen: preguntas, indicaciones, fichas didácticas y fichas de ayuda.
- Además, los dispositivos digitales pueden servir como herramientas para ofrecer recursos didácticos en formato digital.

Aprendizaje por dominio

Descripción: prácticas que garantizan que todo el estudiantado alcance al menos los estándares mínimos (en combinación con estándares más elevados para estudiantes más avanzados). Esto implica un seguimiento exhaustivo del progreso de aprendizaje.

Intención: todo el estudiantado puede alcanzar los estándares mínimos.

Prácticas de aula:

- Definir los niveles mínimos, estándar/intermedio y máximo de acuerdo con alguna trayectoria de aprendizaje.
- El aprendizaje por dominio está estrechamente relacionado con las tareas niveladas. Por lo tanto, los profesores deben:

    - Preparar tareas para estudiantes con menor nivel, diseñadas para que alcancen los niveles mínimos.

- Diseñar actividades de enriquecimiento o ampliación para estudiantes con mayor nivel.
- Organizar torneos o competiciones por equipos que garanticen la participación de todo el estudiantado.

Educación abierta/concesión de autonomía al estudiantado

Descripción: el estudiantado es responsable de su propio proceso de aprendizaje y pueden decidir de forma autónoma sobre los materiales con los que trabajar. Algunos ejemplos son: trabajo por estaciones, aprendizaje basado en proyectos, diarios de aprendizaje, carpetas de trabajos, rompecabezas, centros de interés y horarios de trabajo semanales.

Intención: siguiendo las ideas constructivistas, el estudiantado adquiere autonomía y responsabilidad sobre su propio aprendizaje. No solo se hace hincapié en el desarrollo del aprendizaje, sino también en el desarrollo de competencias sociales, habilidades comunicativas, creatividad, etc.

Prácticas de aula:

- Durante la clase, el papel del profesorado pasa rápidamente a ser el de facilitador u orientador.
- Sin embargo, el profesorado debe asegurarse de que los materiales estén bien planificados y diseñados.
- El profesorado debe ocuparse de la organización del aula y asegurarse de que todo el estudiantado sepa lo que tiene que hacer.

Si bien esta caracterización es un punto de partida valioso, la especificidad de la disciplina no se contempla. Este elemento es crucial pues, por ejemplo, puede entenderse que el aprendizaje por dominio se lleva a la práctica dando tareas más fáciles o procedimentales a los estudiantes con menor nivel. Sin embargo, esto solo logra una deshumanización de las matemáticas en el sentido que priva al estudiantado con necesidades educativas de acceder a ideas matemáticas significativas mermando el desarrollo de su aprendizaje.

Diversificar en matemáticas

Una diversificación de la enseñanza de las matemáticas que promueva el desarrollo del pensamiento de todo el estudiantado debería considerar (entre otros elementos) a la resolución de problemas. La resolución de problemas ha sido considerada el corazón de las matemáticas y una de las vías más potentes para su aprendizaje. Por ejemplo, pensemos en la tarea con un criptoritmo que muestra la figura 1.

Figura 1. Ejemplo de tarea para diversificación

Cada una de las letras que aparecen a continuación representa una cifra diferente.

YO + YO = ABEJA

¿Cuántas soluciones puedes encontrar para este criptoritmo?

¿Cómo puedes estar seguro de que las has encontrado todas?

¿Puedes crear otros criptoritmos similares?

¿Puedes hacer un criptoritmo de resta?

La tarea propone al estudiantado resolver una suma alfabética en la que cada letra representa un dígito distinto. Aunque a primera vista parece un juego numérico, la actividad moviliza contenidos matemáticos complejos: sistema de numeración decimal, valor posicional, propiedades de la adición o razonamiento algebraico, entre otros. La riqueza de la tarea está en que no depende de aplicar un algoritmo conocido, sino de construir argumentos. Por ejemplo, concluir que B debe ser 1 requiere analizar el valor máximo que puede alcanzarse al sumar dos números de dos cifras; deducir que E es 0 exige comprender que la igualdad E + E = E solo es posible con ese dígito. En ese sentido, la tarea desarrolla pensamiento matemático debido a la oportunidad de formular hipótesis, descartar posibilidades y justificar decisiones. En concreto, funciona como una *tarea de suelo bajo y techo alto* (Barton, 2018): estudiantes con menos

experiencia pueden comenzar explorando casos simples o realizando pruebas, mientras otros avanzan hacia generalizaciones, patrones o demostraciones más formales. Todos participan del mismo problema, pero no necesariamente desde el mismo nivel de sofisticación matemática.

La primera categoría relativa a las *tareas niveladas*, aparece de manera natural en esta tarea. El mismo problema admite distintos niveles de complejidad sin necesidad de modificar la tarea original. Algunos estudiantes podrían limitarse a explorar posibilidades mediante ensayo y error, registrando combinaciones posibles para las letras. Otros, en cambio, podrían identificar rápidamente restricciones estructurales del sistema decimal y trabajar deductivamente desde ellas. La diferencia no está solamente en la dificultad de los cálculos, sino en el tipo de razonamiento que se pone en juego. Esa es precisamente una de las fortalezas de la actividad: permite que estudiantes muy distintos trabajen sobre un mismo objeto matemático sin fragmentar la experiencia de aprendizaje. No hay una versión fácil y una versión difícil. Hay múltiples formas de involucrarse con el problema.

La categoría *composición intencionada de grupos* también puede desarrollarse en esta tarea. El problema favorece conversaciones matemáticas genuinas porque las estrategias no son evidentes ni únicas. En grupos heterogéneos, algunos estudiantes pueden aportar intuiciones rápidas, mientras otros organizan sistemáticamente la información o verifican la validez de las hipótesis. Lo interesante es que el trabajo colaborativo no se reduce a ayudar a quien sabe menos; distintos estudiantes pueden contribuir desde habilidades diferentes. Un estudiante puede detectar patrones numéricos y otro formular explicaciones más claras. Además, como el problema exige justificar y convencer, la interacción entre pares se vuelve parte central de la actividad matemática y no solo una forma de organización del aula.

La categoría de *sistemas de tutoría* dentro del grupo de aprendizaje también se evidencia con claridad. Cuando un estudiante comprende, por ejemplo, por qué la letra E debe representar el 0, puede explicar ese razonamiento a otros compañeros utilizando ejemplos, contraejemplos o apoyándose en el análisis de la columna de unidades. En este proceso no solo aprende quien recibe la explicación. Quien enseña también

reorganiza y profundiza su comprensión matemática. En tareas como esta, la tutoría entre pares no consiste únicamente en mostrar el resultado correcto, sino en hacer visible el razonamiento. Y eso cambia completamente el tipo de interacción que ocurre en el aula. El foco deja de estar en responder rápido y pasa a estar en argumentar, escuchar y construir sentido matemático colectivamente.

Las *ayudas de aprendizaje no verbales escalonadas* pueden incorporarse fácilmente sin reducir la demanda cognitiva de la tarea. El profesorado podría ofrecer apoyos progresivos según las necesidades del estudiantado: resaltar visualmente las columnas de unidades, decenas y centenas; entregar tarjetas con preguntas orientadoras; o mostrar ejemplos parciales de criptosumas más simples. Incluso una pista muy pequeña (como recordar cuál es el mayor número de dos cifras) puede permitir que un estudiante avance significativamente. La clave está en que la ayuda no reemplaza el razonamiento matemático, sino que lo sostiene. La tarea mantiene intacta su complejidad porque el problema sigue siendo pensar cómo y por qué ciertas relaciones numéricas son posibles.

La lógica del *aprendizaje por dominio* también se refleja en este criptoritmo. Todo el estudiantado puede acceder a objetivos mínimos relevantes, como comprender que letras iguales representan el mismo dígito o identificar restricciones básicas del sistema decimal. Sin embargo, la tarea permite extenderse mucho más allá de ese piso común. Algunos estudiantes podrían formular reglas generales sobre criptosumas con dos sumandos; otros analizar qué cambia cuando aparecen más sumandos. Esto es importante porque evita una idea muy frecuente en matemáticas: que diferenciar implica simplificar el contenido para ciertos estudiantes. Esta tarea permite que ocurra lo contrario. Todos trabajan sobre una misma idea matemática potente, aunque no todos lleguen al mismo nivel de generalización o formalización.

Finalmente, la tarea favorece formas de *educación abierta y autonomía del estudiantado*. No existe un procedimiento único ni una secuencia rígida para resolver el problema. Algunos estudiantes pueden comenzar organizando tablas de posibilidades; otros podrían preferir explorar mentalmente relaciones entre cifras; otros necesitan escribir, borrar y reformular varias veces. Esa diversidad

de caminos es parte del valor matemático de la actividad. El rol del profesorado cambia también. En vez de dirigir paso a paso la resolución, puede intervenir mediante preguntas que orienten la reflexión: *¿qué sabes sobre las sumas de números de dos cifras?, ¿puede una letra representar el mismo número que otra?, ¿qué ocurre en la columna de las unidades?* Son preguntas pequeñas, pero abren espacio para que el profesorado no se adueñe del razonamiento del estudiantado.

Reflexión final

La diversificación de la enseñanza de las matemáticas no puede reducirse a un asunto técnico de adaptación de materiales o redistribución de tareas. Como hemos intentado mostrar a lo largo de este capítulo, diversificar con sentido matemático implica una decisión pedagógica y ética: la de reconocer que todo el estudiantado, incluido aquel con necesidades educativas especiales, tiene la capacidad inherente de pensar matemáticamente y merece acceder a ideas matemáticas genuinas y potentes. Un ejemplo como la *tarea de piso bajo y techo alto* presentado ilustra que no es necesario simplificar el contenido para atender la diversidad; es posible diseñar tareas que mantengan la complejidad matemática y, al mismo tiempo, ofrezcan múltiples puntos de entrada, distintas formas de participación y diversas trayectorias de desarrollo. En ese sentido, sin una humanización de las matemáticas (Tan et al., 2020), la diversificación corre el riesgo de convertirse en exclusión disfrazada de atención. El desafío para el profesorado es, entonces, aprender a ver la variabilidad del estudiantado no como un problema a resolver, sino como un recurso pedagógico desde el cual construir experiencias de aprendizaje matemático más ricas, más justas y más humanas para todos.

Agradecimientos: Este trabajo se enmarca en el Fondecyt Regular 1261710 de ANID y en el FOVI240238 financiado por ANID.

Declaración

Durante la preparación de este trabajo el autor ha utilizado IA con el fin de mejorar la sintaxis. Tras utilizar dicha herramienta, el autor revisó y editó el contenido según necesidad, asumiendo la plena responsabilidad del contenido de la publicación.

Referencias

Barton, C. (2018). *How I wish I'd taught maths*. John Catt.

Hall, T. (2002). *Differentiated instruction*. National Center on Accessing the General Curriculum.

Lawrence-Brown, D. (2004). Differentiated instruction: Inclusive strategies for standard-based learning that benefit the whole class. *American Secondary Education. 3*, 34-64.

Pozas, M. y Schneider, C. (2019). Shedding light on the convoluted terrain of differentiated instruction (DI): Proposal of a DI taxonomy for the heterogeneous classroom. *Open Education Studies, 1*(1), 73-90. https://doi.org/10.1515/edu-2019-0005

Tan, P., Padilla, A., Mason, E. N. y Sheldon, J. (2020). *Humanizar la discapacidad en la educación matemática*. NCTM.

Tomlinson, C. (2005). *How to differentiate instruction in mixed-ability classrooms* (2da ed.). Pearson Education.

Sobre las autorías

Orden alfabético por apellido

Anglada, M. Lourdes

Centro Universitario María Inmaculada de Antequera (España)

M. Lourdes Anglada es licenciada en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Málaga y doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad de Granada. Su tesis estudió el pensamiento funcional en educación infantil dentro del proyecto de investigación del Plan Nacional PID2020-113601GB-I00. Actualmente trabaja como profesora en el Centro Universitario María Inmaculada de Antequera, adscrito a la Universidad de Málaga. Su docencia se dirige a la formación matemática de futuros maestros de educación infantil y primaria. Su investigación se centra en el pensamiento algebraico en educación infantil y en la formación de profesores.

Correo: lourdesanglada@eummia.es | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-3641-7129

Ayala-Altamirano, Cristina

Universidad de Málaga (España)

Cristina Ayala-Altamirano es profesora ayudante doctora del Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Málaga. Imparte cursos de didáctica de la matemática en los grados de Educación Infantil y Educación Primaria. Su investigación estudia el desarrollo del pensamiento algebraico en estas etapas, con investigación de diseño y experimentos de enseñanza.

Correo: cristina.ayala@uma.es | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-9165-9470

Brizuela, Bárbara M.

Tufts University (Estados Unidos)

Bárbara M. Brizuela es profesora en Tufts University y decana de la School of Arts and Sciences desde noviembre de 2024. Ella obtuvo su Ed.D. en Harvard University (2001) y estudió Psicopedagogía y Ciencias Pedagógicas en la Universidad de Belgrano, en Buenos Aires, Argentina. Se incorporó a Tufts en 2001 y dirigió su Departamento de Educación

entre 2009 y 2012. Su investigación se centra en el aprendizaje matemático en la infancia, en especial en las representaciones matemáticas y el pensamiento algebraico temprano.

Correo: barbara.brizuela@tufts.edu | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-1571-8977

Castro-Rodríguez, Elena

Universidad de Granada (España)

Elena Castro-Rodríguez es profesora titular del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, donde también es secretaria del departamento. Es licenciada en Matemáticas, máster en Didáctica de la Matemática y doctora por esa universidad. Pertenece al grupo de investigación Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico (FQM-193). Además, es Editora Jefe de PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática. Su trabajo aborda el pensamiento numérico y algebraico, la formación del profesorado de matemáticas y el conocimiento profesional docente.

Correo: elenacastro@ugr.es | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-2560-8982

Jiménez-Fernández, Anaís I.

Universidad de Granada (España)

Anaís I. Jiménez-Fernández es doctoranda en el Programa de Ciencias de la Educación de la Universidad de Granada. Posee el grado en Educación Primaria y el máster en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada. Pertenece al Departamento de Didáctica de la Matemática de la UGR. Su investigación se centra en el pensamiento funcional en niños de educación primaria y en la formación inicial de futuros maestros de educación primaria

Correo: anaisisabeljf@correo.ugr.es | **ORCID:** https://orcid.org/0009-0008-3901-5505

López, Mathías A.

Tufts University (Estados Unidos)

Mathías A. López es doctorando en el Departamento de Educación de Tufts University. Su investigación examina el razonamiento inicial de niños y niñas y su desarrollo hacia el pensamiento algebraico.

Correo: mathias.lopez@tufts.edu | **ORCID:** https://orcid.org/0009-0000-4834-0037

Pérez-Martos, María C.
Universidad de Granada (España)

María C. Pérez-Martos es investigadora predoctoral en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Posee el Grado en Matemáticas y el doble Máster en Didáctica de la Matemática y Profesorado de Enseñanza Secundaria por la misma universidad. Su investigación se centra en el desarrollo del pensamiento funcional de niños y niñas de educación primaria, concretamente desde la práctica de justificar, y se inserta en un proyecto sobre pensamiento algebraico en educación infantil y primaria.

Correo: mcperezmartos@ugr.es | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0001-8673-1194

Pinto Marín, Eder
Universidad de O'Higgins (Chile)

Eder Pinto Marín es profesor asistente del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de O'Higgins (UOH) desde marzo de 2023, y Director de la Escuela de Educación de la UOH desde 2026. Él se doctoró en la Universidad de Granada (2019), con una tesis sobre la generalización de estudiantes de 3.º a 6.º de primaria en un contexto funcional. Se ha desempeñado como docente de aula, de formación inicial y de posgrado, y ha escrito o editado textos escolares. Su investigación aborda el pensamiento algebraico en las primeras edades y el conocimiento profesional de docentes de educación básica que enseñan álgebra.

Correo: eder.pinto@uoh.cl | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0003-1911-4158

Piñeiro Garrido, Juan Luis
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (Chile)

Juan Luis Piñeiro Garrido es doctor por la Universidad de Granada (2019). Asimismo, es profesor titular en el Departamento de Educación Diferencial de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. Sus líneas de investigación abordan el conocimiento del profesor de educación primaria y de educación diferencial para enseñar matemáticas, incluida la resolución de problemas.

Correo: juanluis.pineiro@umce.cl | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-9616-3925

Torres González, María Dolores
Universidad de Granada (España)

María Dolores Torres González es doctora por la Universidad de Granada (2022). Actualmente es profesora ayudante doctora dentro del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Pertenece al grupo de investigación Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico (FQM-193). Su tesis estudió la generalización, las estructuras y las representaciones de estudiantes de segundo de primaria desde un enfoque funcional del *early algebra* dentro del proyecto de investigación del Plan Nacional PID2020-113601GB-I00. Su investigación se centra en el estudio del pensamiento algebraico tanto en niños de educación primaria como en la formación inicial del docente.

Correo: mtorresg@ugr.es | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0001-6491-1151

Valenzuela Flores, Natalia
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (Chile)

Natalia Valenzuela Flores es profesora de Educación Diferencial, con especialidad en Discapacidad Intelectual (UMCE, 2011), magíster en Educación Diferencial con mención en Necesidades Educativas Múltiples (UMCE, 2016) y diplomada en Juego y Psicomotricidad (2022). Es académica del Departamento de Educación Diferencial y Coordinadora de la Carrera DM_DC de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación (UMCE). Actualmente cursa el Doctorado en Educación en la misma institución.

Correo: natalia.valenzuela@umce.cl | **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-4688-4062

Vargas Rivera, Daniela Beatriz
Escuela Luis Oyarzún Peña (Chile)

Daniela Beatriz Vargas Rivera se desempeña en la Escuela Luis Oyarzún Peña. Es profesora de Educación General Básica con mención en Lenguaje y Matemáticas, además de poseer un Magíster en Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática, ambos por la Universidad de O'Higgins. Su trabajo se centra en las representaciones matemáticas en situaciones multiplicativas de educación básica, mediante investigación de diseño.

Correo: daniela.vargas@postgrado.uoh.cl

Este libro reúne siete capítulos sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación parvularia, básica y especial. Los textos surgen de una red académica entre universidades de Chile, España y Estados Unidos, articulada por el proyecto FOVI240238 de la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo, del Ministerio de Ciencia, Tecnología, Conocimiento e Innovación de Chile. Asimismo, la publicación de esta obra cuenta ha sido financiada por el Ministerio de Educación, a través del Proyecto URO23992 "Fortalecimiento de las trayectorias formativas de docentes en la Región de O'Higgins: innovaciones para la justicia educativa".

Los capítulos comparten una convicción: todo el estudiantado tiene la capacidad de pensar matemáticamente. Las autoras y los autores muestran cómo niños y niñas representan el cambio, inventan notaciones, generalizan relaciones y dan sentido a las ecuaciones. El libro también aborda el género, la discapacidad y la diversificación de la enseñanza. La obra está dirigida a docentes, a estudiantes de pedagogía y a formadores de profesores y profesoras.

www.ariadnaediciones.cl

9 789564 300245